

V. Überacker

Frankfurt ^aM 1977

.)

~

FOLGEPROZESSE DER COULOMBANREGUNG IM SCHWERIONENSTOSS

Inaugural - Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der

Johann Wolfgang Goethe - Universität

zu Frankfurt am Main

von

Volker Oberacker

aus Weinheim / Bergstr.

Frankfurt am Main

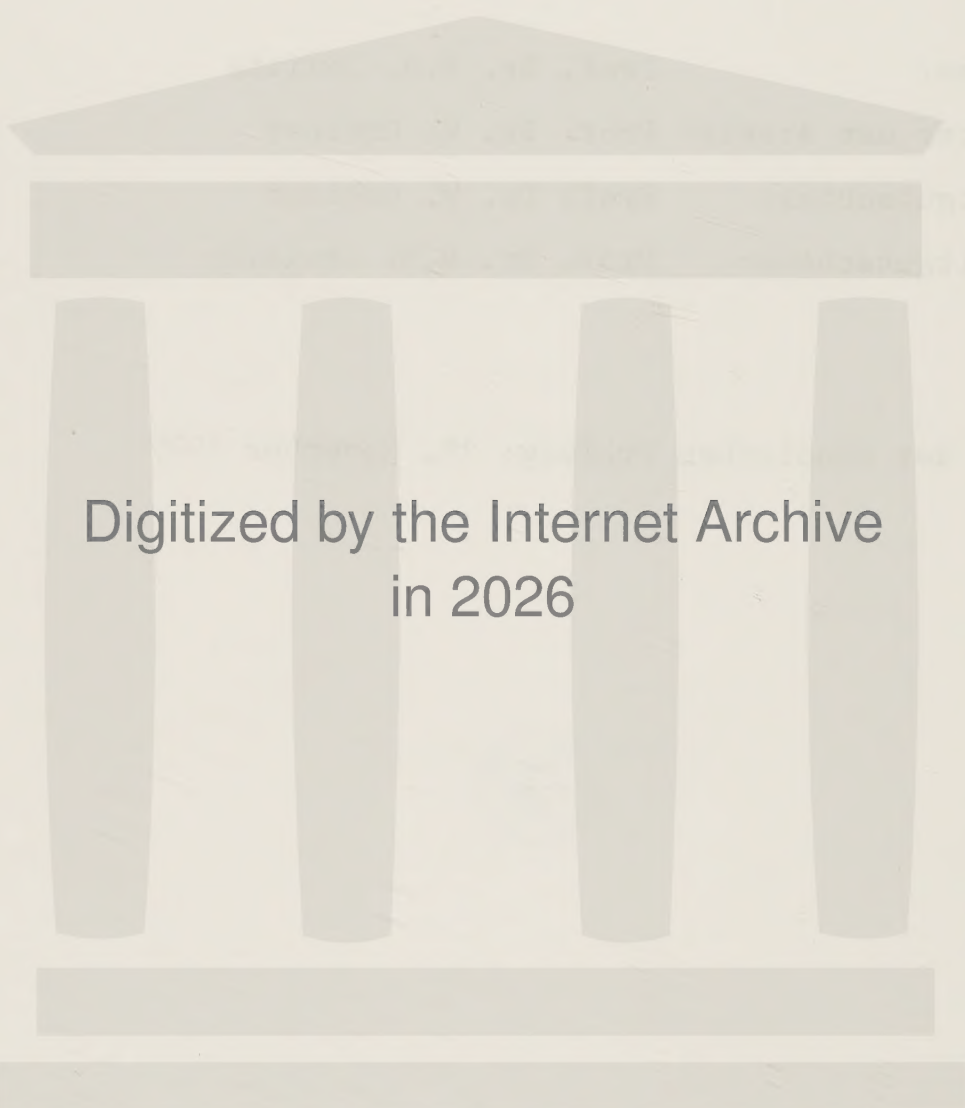
1977



Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe - Universität
zu Frankfurt am Main

Dekan: Prof. Dr. R.J. Jelitto
Leiter der Arbeit: Prof. Dr. W. Greiner
Erstgutachter: Prof. Dr. W. Greiner
Zweitgutachter: Prof. Dr. R.M. Dreizler

Tag der mündlichen Prüfung: 18. November 1977



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550826_0001

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einführung	1
2. <u>Coulomb- und Nuklear- Anregung in Schwer- ionenstößen</u>	
2.1 Gekoppelte Differentialgleichungen für die Anregungsamplituden von Projektil und Target	7
2.2 Elastisches Potential und Kopplungspotentiale	14
2.3 Hochspinzustände und Quadrupolmatrixelemente deformierter Kerne	22
2.4 Anregung von ^{238}U durch Xe und U Projektil- ionen	34
3. <u>Innere Paarbildung als Folge der Coulomb- anregung</u>	
3.1 Zerfallsprozesse nach der Coulombanregung: Photonemission, innere Konversion und Paar- bildung	40
3.2 Zum Koeffizienten für innere Paarbildung	45
3.3 Wirkungsquerschnitte für Photonemission und innere Paarerzeugung	47
3.4 Einige Bemerkungen zur Theorie der QED- Positronen	56
3.5 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit experimentellen Daten	
a) Das System ^{208}Pb - ^{208}Pb	63
b) Paarbildung in mittelschweren Vibrator- kernen	69
c) Die Systeme Xe-U, Pb-U, U-U und Xe-Th	71

4. Coulombspaltung

4.1 Historische Bemerkungen	80
4.2 Spaltung nach Coulombanregung ("asymptotische" Coulombspaltung)	83
4.3 Vergleich mit bisherigen Experimenten	93
4.4 Einige Gedanken zur "prompten" Coulomb- spaltung	101

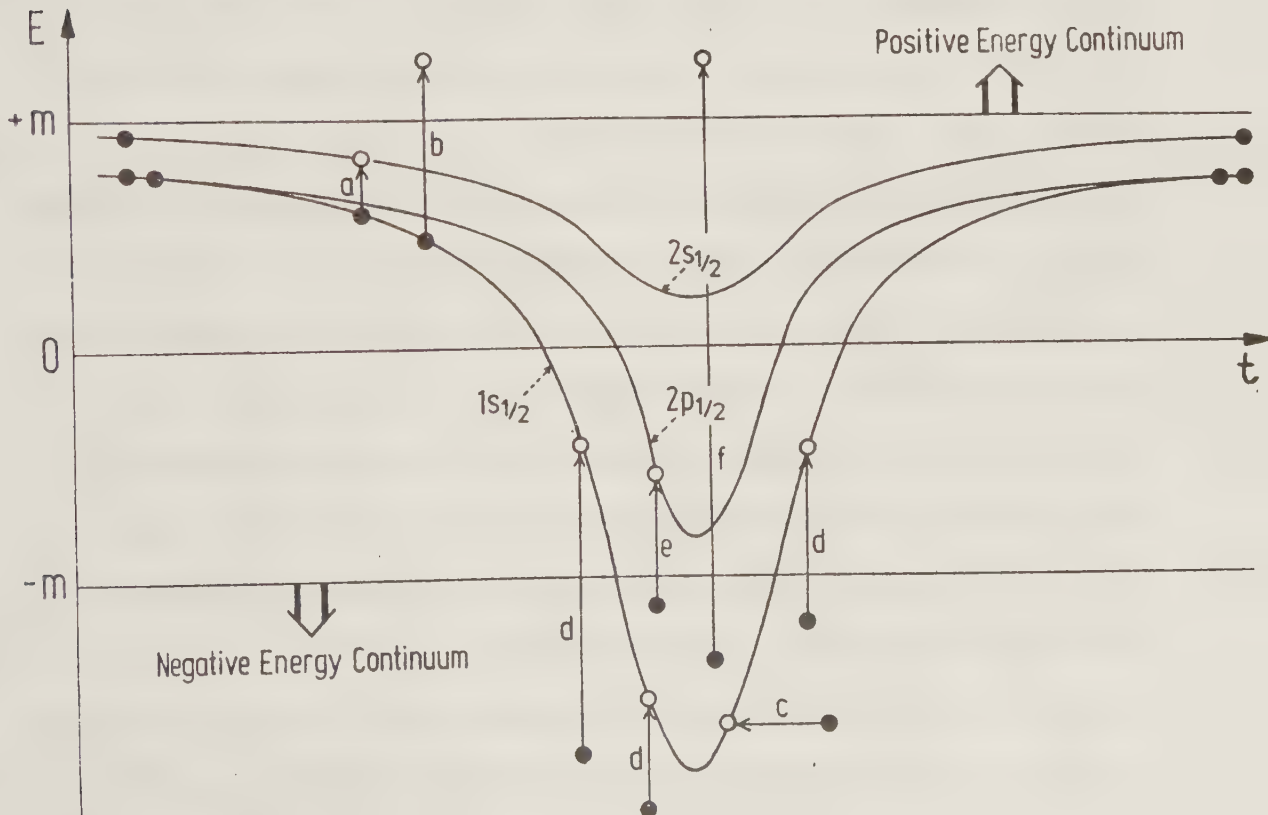
5. Schlußfolgerungen und Ausblick

Literaturverzeichnis	112
Tabellen	122
Figurenbeschreibung	125
Figuren	
Lebenslauf	
Danksagung	

1. Einführung

Die vorliegende theoretische Arbeit über Folgeprozesse der nuklearen Coulombanregung steht im Zusammenhang mit ersten Experimenten am UNILAC- Beschleuniger der GSI in Darmstadt bezüglich Positronenerzeugung und Coulombspaltung in Schwerionenstößen.

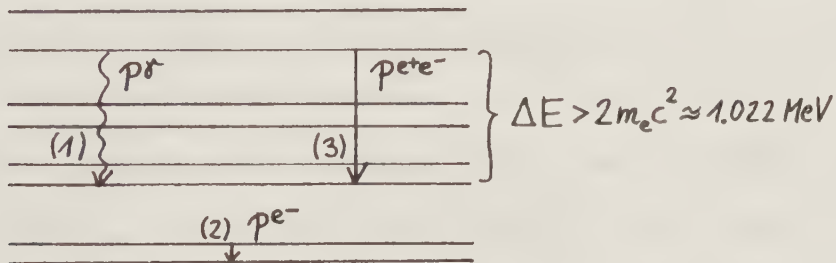
Betrachten wir zunächst die Elektron- Positron- Paarbildung in einer U-U Kollision. Bei Einschußenergien $E_{\text{lab}} \gtrsim 3 \text{ MeV/A}$ wird der Minimalabstand der Ionen so gering, daß die innersten der sie umgebenden Elektronen das vereinigte Coulombpotential der beiden Kerne spüren. Da für die am stärksten gebundenen Elektronen $v_{\text{Elek}}/v_{\text{Ion}} \approx 10$ gilt, bilden sich dabei kurzzeitig superschwere Quasimoleküle aus.



Zur Veranschaulichung sind in der Figur auf S.1 die $1s_{1/2}$, $2p_{1/2}$ und $2s_{1/2}$ Niveaus im U-U Stoß als Funktion der Zeit qualitativ aufgetragen. Bei einem kritischen Abstand $R_{kr} \approx 35$ fm taucht die $1s_{1/2}$ Schale in das negative Energiekontinuum ein. Hat sich vor dem Eintauchen durch elektronische Coulombanregung (a) bzw. Ionisation (b) ein Loch in der K- Schale gebildet, so kann dieses spontan, d.h. ohne Energieaufwand, durch ein Elektron aus dem unteren Kontinuum besetzt werden. Das im "Diracsee" entstehende Loch wird als Positron emittiert (c). Es handelt sich hierbei um einen neuartigen, fundamentalen Prozeß der Quantenelektrodynamik starker Felder, der als Zerfall des neutralen e^+e^- Vakuums in ein geladenes Vakuum interpretiert werden kann¹⁻⁶). In überkritischen elektrischen Feldern ist nämlich ein Vakuum im üblichen Sinne (Zustand ohne reelle Teilchen) gar nicht möglich; der stabile Grundzustand des superschweren Quasiatoms besteht aus der vollbesetzten K- Schale mit der Ladung $Q = - 2e$.

In einem komplett adiabatischen Schwerionenstoß ist dieser spontane Vakuumzerfall der einzige Prozeß, der zur Positronemission führt. Durch die Dynamik der Kollision sind jedoch weitere e^+e^- Erzeugungsmechanismen möglich: entweder durch induzierte Übergänge von Elektronen aus dem Diracsee in gebundene Schalen⁷) ("induzierter Vakuumzerfall", Prozesse d und e) oder durch direkte Übergänge vom unteren ins obere Energiekontinuum (f). Der letztgenannte Vorgang läßt sich als Abschütteln der virtuellen Vakuumpolarisationsladungswolke ("Shake off") deuten⁹).

Der experimentelle Nachweis der Elektron- Positron- Paarproduktion in überkritischen Feldern wird durch eine Reihe von Untergrundeffekten erschwert. Den dominanten Anteil bildet die in dieser Arbeit diskutierte innere Paarbildung als Folge der nuklearen Coulombanregung¹⁰⁻¹²).



Normalerweise gibt ein durch Coulombwechselwirkung angeregter Kern die während der Kollision aufgenommene Energie in Form von γ -Quanten (1) wieder ab. Daneben sind noch zwei Konversionsprozesse möglich: bei der inneren Konversion (2) wird die Übergangsenergie auf ein atomares Hüllenelektron übertragen; sie spielt nur bei niederenergetischen Kernübergängen mit $\Delta E \lesssim 300 \text{ keV}$ eine Rolle. Übersteigt hingegen die Energie ΔE die doppelte Ruhemasse des Elektrons $2 \cdot m_e c^2 \approx 1.022 \text{ MeV}$, so kann das virtuelle Photon in ein e^+e^- Paar konvertieren (3). Die Wahrscheinlichkeit für innere Paarbildung im Vergleich zur Photonemission $P^{e^+e^-}/P^\gamma$ liegt in der Größenordnung 10^{-4} . Für den eindeutigen Nachweis des Vakuumzerfalls ist eine genaue Berechnung von Positron- Energiespektren, Ion- Winkelverteilungen und Anregungsfunktionen in unterkritischen und überkritischen Systemen unerlässlich. Mit dem nuklearen Untergrund hierzu beschäftigen wir uns im Abschnitt 3.

Um diese Forschungsarbeit durchführen zu

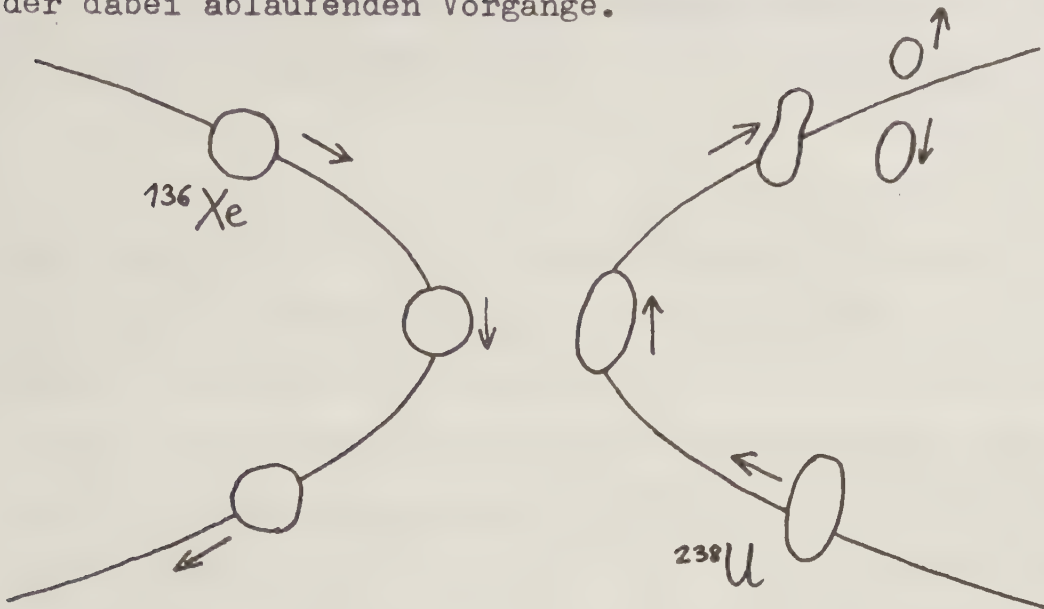
können, haben wir zunächst die Mehrfach- Coulombanregung von Schwerionen mit $A \geq 200$ eingehend untersucht (Kap.2).

Obwohl viele theoretische Arbeiten über Coulombanregung existieren (siehe z.B. Ref.23-26), waren bei der praktischen Durchführung der Rechnungen zwei wesentliche Probleme zu bewältigen:

- a) Von den zur Anregung beitragenden Niveaus ist i.a. nur ein geringer Teil bekannt. Experimentelle Übergangsmatrixelemente fehlen fast vollständig. Man benötigt daher ein theoretisches Kernmodell, das die Kollektibewegungen eines Kerns bis zu einer Anregungsenergie von etwa 7 MeV und Drehimpulsen von 30 - 40 $\hbar$ näherungsweise beschreibt.
- b) Als diese Arbeit begonnen wurde, existierte kein Computerprogramm, mit dem die Anregung von ca. 100 Kollektivniveaus im U-U System hätte berechnet werden können. Wir haben deshalb das von Holm auf der Grundlage des de Boer- Winther Codes²⁷⁾ entwickelte semi-klassische Coulombanregungsprogramm¹⁷⁾ erweitert. Mit der jetzigen Version läßt sich für beliebige gg-Kerne die simultane E2- Anregung von 100 Energieniveaus mit bis zu 9 magnetischen Unterzuständen studieren. Im Spezialfall $\vartheta_{cm} = 180^\circ$, wo nur $M = 0$ Zustände angeregt werden, sind Rechnungen mit ca. 1000 Niveaus durchführbar. Zusätzlich wird die starke Wechselwirkung der Kerne in Betracht gezogen, im Kopplungspotential wie in der Relativbewegung.

Eine weitere Folgeerscheinung der Coulombanregung in Schwerionenstößen ist die Coulombspaltung. Die Zeich-

nung auf dieser Seite vermittelt ein anschauliches Bild der dabei ablaufenden Vorgänge.



Durch das ^{136}Xe - Projektil werden im ^{238}U - Targetkern Vibrationen und Rotationen angeregt. Wenn die Kerne im Verlauf der Streuung den Umkehrpunkt der klassischen Bahn passiert haben, beginnt sich der Urankern einzuschnüren und gelangt zur Spaltung.

Der Coulombspaltungsprozeß wurde bereits in mehreren klassischen und quantenmechanischen Modellen untersucht (Ref.13-19). Inzwischen liegen auch erste experimentelle Resultate aus Berkeley und Darmstadt vor²⁰⁻²²⁾. Im Rahmen dieser Dissertation wird die von Holm und Greiner entwickelte quantenmechanische Theorie¹⁷⁾ weiter ausgebaut. Unterschiede ergeben sich vor allem durch die Berücksichtigung der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung. Erstmals wird die Abhängigkeit der Coulombspaltung vom Stoßparameter untersucht. Damit können auch totale Querschnitte angegeben werden. Schließlich berechnen wir die Winkelverteilung der Spaltfragmente relativ zur Strahlachse; sie

gestattet wichtige Rückschlüsse auf den Drehimpulszustand, aus dem die Coulombspaltung erfolgt.

2. Coulomb- und Nuklear- Anregung in Schwerionenstößen

2.1. Gekoppelte Differentialgleichungen für die Anregungsamplituden von Projektil und Target

Wir betrachten die inelastische Streuung von Schwerionen bei Projektilenergien im Bereich der Coulombbarriere. Sofern die Kernoberflächen dabei einen Abstand $d \gtrsim 4 \text{ fm}$ haben, ist die Wechselwirkung rein elektromagnetischer Natur. In Schwerionenstößen, bei denen die Dichteverteilungen $\rho(\vec{r}_i)$ der beiden Kerne nicht oder nur wenig überlappen, liegt die maximale Relativgeschwindigkeit in der Größenordnung $(v/c) \lesssim 10^{-1}$. Retardierungseffekte können deshalb ebenso vernachlässigt werden wie die magnetische Wechselwirkung, die um etwa einen Faktor $(v/c)^2 \approx 10^{-2}$ schwächer ist als der longitudinale Anteil²⁶⁾. Die Anregung wird somit hauptsächlich durch die elektrische Multipol- Multipol- Wechselwirkung bestimmt ("Coulombanregung").

Liegt die Anfangsenergie der verwendeten Projektile knapp unterhalb der Coulombbarriere, so muß man auch die starke Wechselwirkung in Betracht ziehen. Die Kernkräfte sind zunächst attraktiv und schwächen die Coulombanregung; dies führt zu Interferenzerscheinungen in Winkelverteilungen und Anregungsfunktionen ("Coulomb- Nuklear- Interferenz")^{28 - 36)}.

Unter den genannten Voraussetzungen hat der Hamiltonoperator im Schwerpunktsystem folgende Struktur

$$H(1,2,\vec{r}) = H_0(1) + H_0(2) + W(1,2,\vec{r}) + T_{rel}, \quad (2.1)$$

wobei H_0 den ungestörten Projektilkern (1) bzw. Targetkern (2) beschreibt. Die potentielle Energie W enthält die elektromagnetische wie die starke Wechselwirkung; sie hängt von den inneren Freiheitsgraden beider Kerne und der Relativkoordinate $\vec{r}$ ab. T_{rel} ist die kinetische Energie der Relativbewegung. Die Wechselwirkung W kann man zerlegen in

$$W(1,2,\vec{r}) = U(r) + V(1,2,\vec{r}), \quad (2.2)$$

wobei $U(r)$ den Monopol- Monopol- Anteil und V das Kopplungspotential für Projektil- und Targetkernanregung darstellt.

Da in Schwerionenstößen die Bedingung $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v = Z_1 Z_2 \alpha (v/c)^{-1} \gg 1$ immer erfüllt ist (für Xe - U erhalten wir einen Sommerfeldparameter $\eta \approx 360$ und für U - U sogar $\eta \approx 620$ bei einer Anfangsgeschwindigkeit $(v/c)=0.1$), darf man den Anregungsmechanismus in semiklassischer Näherung behandeln. Die klassische Relativbewegung $\vec{r}(t)$ wird gewöhnlich aus der Hamiltonfunktion

$$\mathcal{H}(\vec{r}, \vec{p}) = T_{rel} + U(r) = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + U(r) \quad (2.3)$$

bestimmt. Fig.1 zeigt als Beispiel die Trajektorie für das $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ System bei einer Projektilenergie, die 20% oberhalb der Coulombbarriere liegt. Der Streuwinkel beträgt etwa 140° im Schwerpunktsystem. Verglichen mit der entsprechenden Rutherfordhyperbel (gestrichelt eingezeichnet) verringert sich der Minimalabstand der Ionen um etwa 1 fm. Natürlich wird die klassische Bahn durch

die in $V(1,2,\vec{r})$ enthaltenen höheren Multipolmomente etwas beeinflußt (sie verläuft dann nicht mehr exakt in einer Ebene); auch Energie- und Drehimpulsübertragung während des Streuvorgangs modifizieren die Trajektorie. Diese Einflüsse wurden von Holm und Greiner³⁷⁾ in einem dynamischen klassischen Modell eingehend untersucht. Für die quasielastische Streuung von Kernen mit hoher Ladungszahl Z spielen sie praktisch keine Rolle und werden deshalb im folgenden außer Acht gelassen.

Nach Abseparieren der Relativbewegung $\vec{r}(t)$ lautet die zeitabhängige Schrödingergleichung

$$[H_0(1) + H_0(2) + V(1,2,\vec{r}(t))] \psi(1,2,t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(1,2,t). \quad (2.4)$$

Wie im folgenden Abschnitt genauer erläutert wird, ist der dominante Anteil des Kopplungspotentials durch die Monopol- Multipol- Wechselwirkung gegeben

$$V(1,2,\vec{r}) \approx V(1,\vec{r}) + V(2,\vec{r}). \quad (2.5)$$

Der erste Term in Gl.(2.5) enthält nur noch die inneren Koordinaten des Projektils (1) und beschreibt die Projektilanregung; entsprechend ist der zweite Term für die Anregung des Targetkerns (2) verantwortlich. Unter Verwendung von Gl.(2.5) separiert die obige Schrödingergleichung ($i = 1,2$)

$$[H_0(x_i) + V(x_i,\vec{r}(t))] \psi(x_i,t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x_i,t). \quad (2.6)$$

Hierbei bezeichnet x sämtliche inneren Freiheitsgrade des jeweiligen Kerns. Die Wellenfunktion ψ wird zweckmäßigerweise nach den Eigenfunktionen des ungestörten

Hamiltonoperators

$$H_0 \varphi_m(x_i) = E_m \varphi_m(x_i) \quad (2.7)$$

entwickelt, die ein vollständiges orthonormales Funktionensystem bilden

$$\psi(x_i, t) = \sum_m a_m(t) \varphi_m(x_i) \exp\left[-\frac{i}{\hbar} E_m t\right]. \quad (2.8)$$

Man erhält dadurch aus den partiellen Differentialgleichungen (2.6) zwei voneinander unabhängige Sätze von linearen gekoppelten Differentialgleichungen für die Anregungsamplituden des Projektil- bzw. Targetkerns

$$\begin{aligned} \dot{a}_r(t) = & (i\hbar)^{-1} \sum_s a_s(t) \langle \varphi_r(x) | V(x, \vec{r}(t)) | \varphi_s(x) \rangle \times \\ & \times \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_r - E_s) t\right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Befinden sich die Kerne vor der Streuung im Grundzustand $\varphi_0(x)$, so lautet die Anfangsbedingung

$$a_n(t \rightarrow -\infty) \equiv a_{0 \rightarrow n}(t \rightarrow -\infty) = \delta_{n0}. \quad (2.10)$$

Die Wahrscheinlichkeit, den Kern zum Zeitpunkt t im Eigenzustand $\varphi_n \equiv |I_n M_n \pi_n\rangle$ anzutreffen, ist durch das Betragsquadrat der entsprechenden Anregungsamplitude gegeben

$$P_{0 \rightarrow n}^{cb}(t) = \frac{1}{2I_0 + 1} \sum_{M_0 M_n} \left| a_{I_0 M_0 \pi_0 \rightarrow I_n M_n \pi_n}(t) \right|^2. \quad (2.11)$$

Falls keine Anfangspolarisation vorliegt und die Endpolarisation nicht beobachtet wird, hat man über die Magnetquantenzahlen M_0 zu mitteln und über M_n zu summieren. Der Coulombanregungsquerschnitt im Schwerpunktsystem ergibt sich durch Multiplikation mit dem elastischen Streuquerschnitt

$$\frac{d\sigma_n^{cb}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} = p_{o \rightarrow n}^{cb}(t \rightarrow \infty) \frac{d\sigma^{scatt}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} \quad (2.12)$$

wobei $d\sigma^{scatt}$ aus der klassischen Relativbewegung über die Beziehung

$$\frac{d\sigma^{scatt}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} = \frac{g(\vartheta_{cm})}{\sin \vartheta_{cm}} \left| \frac{dg(\vartheta_{cm})}{d\vartheta_{cm}} \right| \quad (2.13)$$

bestimmt werden kann; man benötigt hierzu den Stoßparameter g als Funktion des Streuwinkels ϑ_{cm} ("Ablenkfunktion"). Die Transformation des Anregungsquerschnittes (2.12) ins Laborsystem erfolgt mit Hilfe der Kettenregel

$$\frac{d\sigma_n^{cb}}{d\Omega_{lab}} = \frac{d\sigma_n^{cb}}{d\Omega_{cm}} \frac{d\Omega_{cm}}{d\Omega_{lab}}. \quad (2.14)$$

Explizite Ausdrücke für die Raumwinkelverhältnisse $d\Omega_{cm}/d\Omega_{lab}$ findet man z.B. in Ref. (26).

Wir betrachten jetzt den Monopol- Multipol- Anteil des Kopplungspotentials in Gl.(2.9). $V(x, \vec{r})$ läßt sich in folgender Form schreiben (siehe hierzu Gl. (2.33) und (2.38))

$$V_{coupl}(x, \vec{r}) = \sum_{l \geq 1, m} [V_{lm}^{Coul}(x, r) + V_{lm}^{nucl}(x, r)] Y_{lm}(\Omega). \quad (2.15)$$

Da die Wechselwirkung V ein Skalar ist, stellen die Größen V_{lm} sphärische Tensoroperatoren vom Rang 1 dar. Die Matrixelemente in Gl.(2.9) lassen sich daher mit Hilfe des Wigner- Eckart- Theorems vereinfachen

$$\begin{aligned} \langle I_r M_r \pi_r | V_{lm} | I_s M_s \pi_s \rangle &= (-1)^{I_r - M_r} \times \\ &\times \begin{pmatrix} I_r & l & I_s \\ -M_r & m & M_s \end{pmatrix} \langle I_r \pi_r || V_l || I_s \pi_s \rangle. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Einsetzen der Gl.(2.15) und (2.16) in (2.9) ergibt

$$\begin{aligned} \dot{a}_r(t) = & (i\hbar)^{-1} \sum_{s, l \geq 1, m} a_s(t) (-1)^{I_r - M_r} \begin{pmatrix} I_r & l & I_s \\ -M_r & m & M_s \end{pmatrix} \times \\ & \times \langle I_r \pi_r \| V_e^{\text{Coul}}(x, r(t)) + V_e^{\text{nucL}}(x, r(t)) \| I_s \pi_s \rangle Y_{lm}(\Omega(t)) \times \\ & \times \exp \left[\frac{i}{\hbar} (E_r - E_s) t \right]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Im Hinblick auf die numerische Lösung dieser Differentialgleichungen ist es günstig, statt der Zeit t den Parameter w einzuführen, der auch bei Bewegung im reinen Coulombfeld (Rutherfordhyperbel) verwendet wird²⁷⁾

$$\begin{aligned} t(w) &= \frac{a}{v_\infty} (\varepsilon \sinh w + w) \\ \alpha &= \frac{z_1 z_2 e^2}{2 E_{cm}}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\sin(\vartheta_{cm}/2)}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Mittels der Beziehung

$$\dot{a}_r(t) = \frac{da_r(w)}{dw} \left[\frac{a}{v_\infty} (\varepsilon \cosh w + 1) \right]^{-1} \quad (2.19)$$

folgt aus Gl.(2.17)

$$\begin{aligned} \frac{da_r(w)}{dw} &= \frac{a(\varepsilon \cosh w + 1)}{i\hbar v_\infty} \sum_{s, l \geq 1, m} a_s(w) (-1)^{I_r - M_r} \times \\ & \times \begin{pmatrix} I_r & l & I_s \\ -M_r & m & M_s \end{pmatrix} \langle I_r \pi_r \| V_e^{\text{Coul}}(x, r(w)) + V_e^{\text{nucL}}(x, r(w)) \| I_s \pi_s \rangle \times \\ & \times Y_{lm}(\mathcal{T}(w), \varphi(w)) \exp[i \xi_{rs} (\varepsilon \sinh w + w)], \end{aligned} \quad (2.20)$$

wobei wir noch den Adiabasioeparameter

$$\xi_{rs} = \frac{a}{\hbar v_\infty} (E_r - E_s) \quad (2.21)$$

eingeführt haben, der das Verhältnis zwischen der Kollisionszeit $T_{\text{coll}} \approx a/v_\infty$ und der Periode des Kernübergangs $T_{\text{nuc1}} = \hbar / (E_r - E_s)$ angibt. $f_{rs} \gg 1$ entspricht einer adiabatischen Anregung.

Damit sind die Aussagen erschöpft, die man ohne genauere Kenntnis der Wechselwirkung und eines speziellen Kernmodells machen kann. Aus Gl.(2.20) ist ersichtlich, daß man zur Berechnung der Anregungsamplituden $a_r(w)$ folgende Größen benötigt

- a) die klassische Bahnkurve $[r(w), \vartheta(w), \varphi(w)]$ im elastischen Potential $U(r)$
- b) die Monopol- Multipol- Anteile der Coulomb- bzw. Nuklear- Wechselwirkung V_{lm}^{Coul} und V_{lm}^{nuc1}
- c) die Eigenzustände $|I M \pi\rangle$ und das Energiespektrum des ungestörten Hamiltonoperators H_0 in Gl.(2.7)
- d) die Matrixelemente der Kopplungspotentiale V_{lm} zwischen den Zuständen $|I M \pi\rangle$.

Auf die Berechnung der klassischen Trajektorie wurde in Gl.(2.3) bereits eingegangen. Im folgenden Abschnitt erläutern wir die Bestimmung des elastischen Potentials und der Kopplungspotentiale im Rahmen eines Kollektivmodells. Die Energieniveaus und Wechselwirkungsmatrixelemente werden in Kap. 2.3 behandelt. Abschließend diskutieren wir die numerischen Ergebnisse für die Schwerionenstreuung von $^{136}\text{Xe} - ^{238}\text{U}$ und $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$.

2.2. Elastisches Potential und Kopplungspotentiale

Mit der vorliegenden Theorie soll die quasielastische Streuung von Schwerionen im Bereich der Coulombbarriere beschrieben werden. In diesem Fall ist es möglich, alle wesentlichen Streukanäle explizit zu behandeln (siehe Gl. (2.20)). Auf ein Imaginärpotential, wie es im optischen Modell eingeführt wird, um die nicht explizit behandelten Kanäle phänomenologisch zu erfassen, kann deshalb verzichtet werden.

Das reelle Kern- Kern- Potential besteht aus einem Coulomb- und einem Nuklearanteil. Für den Fall, daß die Kerndichten nicht überlappen, ist die Coulomb- Wechselwirkung durch die übliche Multipolentwicklung²⁶⁾ gegeben

$$V_{\text{Coul}}(\vec{r}) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \sum_{\substack{l_1, l_2 \geq 1 \\ m_1, m_2}} B_{l_1 l_2}^{m_1 m_2} (-1)^{l_1} r^{-l_1-l_2-1} \times \\ \times M_1^*(E l_1, m_1) M_2^*(E l_2, m_2) Y_{l_1+l_2, -m_1-m_2}(\Omega) \quad (2.22)$$

mit

$$B_{l_1 l_2}^{m_1 m_2} = \frac{(-1)^{m_1+m_2} (4\pi)^{3/2}}{[(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_1+2l_2+1)]^{1/2}} \times \\ \times \left[\frac{(l_1+l_2+m_1+m_2)! (l_1+l_2-m_1-m_2)!}{(l_1+m_1)! (l_1-m_1)! (l_2+m_2)! (l_2-m_2)!} \right]^{1/2}, \quad (2.23)$$

wobei der elektrische Multipoloperator folgendermaßen definiert ist

$$M(E\ell, m) = \int \rho_p(\vec{r}) r^\ell Y_{\ell m}^*(\Omega) d\tau. \quad (2.24)$$

Wir bemerken hier, daß die Relativkoordinate $\vec{r}$ vom Targetkern (2) zum Projektil (1) weist. Der Nuklearanteil kann im Rahmen des auf komprimierte Kernmaterie erweiterten Tröpfchenmodells von Scheid und Greiner³⁸⁾ berechnet werden. Hierin ist V_{nuc1} ein Funktional der Massendichteverteilungen $\rho(\vec{r}_i)$ der beiden Kerne und enthält eine Yukawa-, Kompressions- und Symmetrieenergie

$$V_{\text{nuc1}}(\vec{r}) = V_{\text{Yuk}}(\vec{r}) + V_{\text{comp}}(\vec{r}) + V_{\text{sym}}(\vec{r}). \quad (2.25)$$

In "sudden"- Näherung, $\rho = \rho(\vec{r}_1) + \rho(\vec{r}_2)$, kann man diese Potentiale auf das grundlegende Yukawaintegral

$$Y(\vec{r}, \mu, \rho_1, \rho_2) = \frac{1}{4\pi} \iint \rho(\vec{r}_1) \frac{\exp[-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|/\mu]}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|} \rho(\vec{r}_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.26)$$

zurückführen

$$\begin{aligned} V_{\text{Yuk}}(\vec{r}) &= V_0 \left[Y(\vec{r}, \mu, \rho_1, \rho_2) - \mu^2 \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{1}{\nu^2} Y(\vec{r}, \nu, \rho_1, \rho_2) \right] \\ V_{\text{comp}}(\vec{r}) &= \frac{G}{\rho_0} \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{1}{\nu^2} \left[Y(\vec{r}, \nu, \rho_1, \rho_2) - \frac{1}{2} Y(\vec{r}, \nu, \rho_0, \rho_0) \right] \\ V_{\text{sym}}(\vec{r}) &= \frac{G}{\rho_0} \left(1 - 2 \frac{Z_1}{A_1} \right) \left(1 - 2 \frac{Z_2}{A_2} \right) \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{1}{\nu^2} Y(\vec{r}, \nu, \rho_1, \rho_2). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Für die Gleichgewichtsdichte in unendlicher Kernmaterie benutzen wir den Wert $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, der von Bethe³⁹⁾ angegeben wird. Die Kompressions- und Symmetriekonstanten sind durch verschiedene Stabilitätsbedingungen¹⁷⁾ fest-

gelegt und betragen $C \approx 30 \text{ MeV}$ bzw. $G \approx 70 \text{ MeV}$. In unseren Rechnungen ist die Reichweite μ der Yukawakraft ein noch unbestimmter Parameter. Er beeinflusst hauptsächlich die Lage des Coulomb- Nuklear- Interferenzminimums in den inelastischen Kanälen. Aus dem Vergleich mit experimentellen Daten mittelschwerer Systeme³²⁾ wissen wir, daß μ im Bereich von $1.0 - 1.2 \text{ fm}$ liegt. Die Stärke der Yukawakraft V_0 hängt von μ ab und kann z.B. aus der Höhe der Coulombbarriere ermittelt werden.

In Analogie zur Coulomb- Wechselwirkung, Gl.(2.22), kann auch das Yukawaintegral in Multipole entwickelt werden. Wie in Ref. 38 für sphärische Kerne vorgeschlagen wurde, führen wir zunächst eine Fouriertransformation des Integranden in Gl.(2.26) durch

$$\frac{\exp[-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|/\mu]}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|} = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3k \frac{\exp[i\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r})]}{k^2 + 1/\mu^2} \quad (2.28)$$

und entwickeln die ebenen Wellen $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{u})$ in Partialwellen zum Drehimpuls L

$$\exp[i\vec{k} \cdot \vec{u}] = 4\pi \sum_{L,M} i^L j_L(ku) Y_{LM}(\Omega_k) Y_{LM}^*(\Omega_u). \quad (2.29)$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke (2.28) und (2.29) in das Yukawaintegral erhält man

$$Y(\vec{r}, \mu, \beta_1, \beta_2) = \sum_{\ell, m} f_{\ell m}(r, \mu, \beta_1, \beta_2) Y_{\ell m}^*(\Omega) \quad (2.30)$$

mit

$$\begin{aligned}
 f_{lm}(r, \mu, \beta_1, \beta_2) &= 8 (4\pi)^{-1/2} \sum_{l_1 m_1 l_2 m_2} i^{l_1 - l_2 + l} [(2l_1 + 1) \times \\
 &\times (2l_2 + 1)(2l + 1)]^{1/2} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \times \\
 &\times \int_0^\infty dk \frac{k^2}{k^2 + 1/\mu^2} j_l(kr) A_{l_1 m_1}(k, \beta_1) A_{l_2 m_2}(k, \beta_2) ,
 \end{aligned} \quad (2.31)$$

wobei die Formfaktoren definiert sind durch

$$A_{lm}(k, \beta) = \int \beta(\vec{r}) j_l(kr) Y_{lm}^*(\Omega) d\tau . \quad (2.32)$$

Für reine Coulombanregung hat Alder (Ref.26, S.115ff) gezeigt, daß die durch die Multipol- Multipol- Wechselwirkungen hervorgerufenen Effekte proportional zu $1/\eta^2$ sind und daher in der Schwerionenphysik vernachlässigt werden können. Wir beschränken uns deshalb im folgenden auf den Monopol- Multipolanteil der Wechselwirkung in Gl.(2.22) und (2.31). Die Formeln vereinfachen sich beträchtlich

$$\begin{aligned}
 V_{\text{Coul}}(\vec{r}) &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \sum_{l \geq 1, m} \frac{4\pi}{2l+1} r^{-l-1} \times \\
 &\times [(-1)^l Z_2 e M_1(E, l, m) + Z_1 e M_2(E, l, m)] Y_{lm}(\Omega)
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

und aus Gl.(2.31) wird

$$\begin{aligned}
 f_{lm}(r, \mu, \beta_1, \beta_2) &= \\
 &= \begin{cases} 8 (4\pi)^{-1/2} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{k^2 + 1/\mu^2} j_0(kr) A_{00}(k, \beta_1) A_{00}(k, \beta_2) , & \text{falls } l=0, \\ 8 (4\pi)^{-1/2} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{k^2 + 1/\mu^2} j_l(kr) [A_{00}(k, \beta_1) (-1)^m A_{l-m}(k, \beta_2) + \\ (-1)^l A_{00}(k, \beta_2) (-1)^m A_{l-m}(k, \beta_1)] , & \text{falls } l \geq 1. \end{cases}
 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Da die Coulombkräfte hauptsächlich kollektive Freiheitsgrade wie Oberflächenschwingungen und Rotationen anregen, beschreibt man die Kerne zweckmäßigerweise durch die Kollektivvariablen α_{lm}

$$R(\Omega) = R_0 \left[1 + \sum_{l,m} \alpha_{lm} Y_{lm}^*(\Omega) \right]. \quad (2.35)$$

Unter der Annahme homogener Ladungs- und Massendichteverteilungen erhält man für den elektrischen Multipoloperator

$$M(E\ell, m) = \frac{Ze}{\sqrt{4\pi}} \delta_{\ell 0} \delta_{m 0} + \frac{3ZeR_0^\ell}{4\pi} \alpha_{\ell m}^* + \dots \quad (2.36)$$

und für den nuklearen Formfaktor

$$A_{\ell m}(k, \rho) = (4\pi)^{1/2} \rho \frac{R_0^2}{k} j_1(kR_0) \delta_{\ell 0} \delta_{m 0} + \\ + \rho R_0^3 j_\ell(kR_0) \alpha_{\ell m}^* + \dots, \quad (2.37)$$

wobei wir uns auf Terme linear in den Oberflächenvariablen α_{lm} beschränkt haben. Fassen wir die Gleichungen (2.37), (2.34) und (2.30) zusammen, so lautet das Yukawaintegral im Kollektivmodell ³²⁾

$$Y(\vec{r}, \mu, \rho_1, \rho_2) = 4\rho_1 \rho_2 R_{01}^2 R_{02}^2 \left[F(\mu, r, R_{01}, R_{02}) + \right. \\ + R_{01} \sum_{l \geq 1, m} (-1)^l \alpha_{lm}^{(1)} Y_{lm}^*(\Omega) G_l(\mu, r, R_{01}, R_{02}) + \\ \left. + R_{02} \sum_{l \geq 1, m} \alpha_{lm}^{(2)} Y_{lm}^*(\Omega) G_l(\mu, r, R_{02}, R_{01}) \right]. \quad (2.38)$$

In Gl. (2.38) wurden die Abkürzungen

$$F(\mu, x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{k^2 + 1/\mu^2} j_0(kx) j_1(ky) j_1(kz) \\ G_\ell(\mu, x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k dk}{k^2 + 1/\mu^2} j_\ell(kx) j_\ell(ky) j_1(kz) \quad (2.39)$$

verwendet. Die Integration in Gl.(2.39) über den Impulsraum kann analytisch mit Hilfe der Residuentheorie durchgeführt werden⁴⁰⁾. Wir bemerken hier, daß Gl.(2.38) als Spezialfall auch das Coulombpotential zweier Kerne enthält, deren Dichteverteilungen sich gegenseitig überlappen (im Gegensatz zu Gl.(2.33), die nur für $r > R_{01} + R_{02}$ gilt)

$$V_{Coul}(\vec{r}) = \frac{4\pi z_1 z_2 e^2}{A_1 A_2} \lim_{\nu \rightarrow \infty} Y(\vec{r}, \nu, \beta_1, \beta_2). \quad (2.40)$$

Zur Berechnung der verschiedenen Nuklearpotentiale in Gl.(2.27) und des Coulombpotentials benötigt man die Größen F und G_1 sowie ihre Grenzwerte $\mu \rightarrow 0$ und $\mu \rightarrow \infty$. Für $l=2$ sind die entsprechenden analytischen Ausdrücke in Ref. 40 und 41 angegeben.

Die Formeln (2.38) und (2.40) zeigen, daß das Gesamtpotential im Kollektivbild die Struktur

$$V(\alpha_{lm}, \vec{r}) = U_{Coul}(r) + U_{nucl}(r) + \sum_{l \geq 1, m} [V_{lm}^{Coul}(\alpha_{lm}, r) + V_{lm}^{nucl}(\alpha_{lm}, r)] Y_{lm}(\Omega) \quad (2.41)$$

besitzt, ein Resultat, das bereits bei der Herleitung der gekoppelten Differentialgleichungen benutzt wurde. Dabei ist

$$V_{lm}^{Coul}(\alpha_{lm}, r) = \alpha_{lm}^* T_{lCoul}(r) + \dots \quad (2.42)$$

$$V_{lm}^{nucl}(\alpha_{lm}, r) = \alpha_{lm}^* T_{lnucl}(r) + \dots$$

In Fig.2 ist das elastische Potential $U(r)$ und der Radialteil $T_2(r)$ des Quadrupol- Kopplungspotentials für das System $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ aufgezeichnet. Die gestrichelten Kurven entsprechen einer reinen Coulombwechselwirkung. Im Gegensatz zu leichteren Systemen wie $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ (Ref.42)

weist das elastische Potential unter Verwendung von $\mu = 1.2$ fm nur ein sehr flaches Minimum auf, da die repulsiven Coulombkräfte überwiegen. Für eine etwas geringere Yukawareichweite $\mu = 1.0$ fm verschwindet das Minimum völlig. Eine "Coulombbarriere" im eigentlichen Sinn existiert dann nicht mehr, da das Potential monoton ansteigt. Nach GSI- Experimenten von Bock et al.¹¹⁶⁾ liegt der "quarter point" in U-U bei $R_{1/4} = 1.36 \cdot (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) = 16.9$ fm; bei dieser Entfernung ist der elastische Streuquerschnitt auf $\frac{1}{4} d\sigma^{Ruth}/d\Omega$ abgefallen.

Was das Kopplungspotential anbelangt, so erkennen wir aus Fig.2, daß die Kernkräfte die Coulombanregung - hervorgerufen durch $T_2^{Coul}(r)$ - für Abstände $\lesssim 20$ fm verringern. $T_2(r)$ besitzt ein Maximum bei $r_m = 19.2$ fm mit $T_2(r_m) = 46.3$ MeV. Es ist interessant, daß die totale Coulomb- Nuklear- Interferenz, gekennzeichnet durch $T_2(r_{cr}=17.0 \text{ fm}) = 0$, ziemlich genau am "quarter point" erfolgt.

Wir haben hier ein "makroskopisches" Kern-Kern-Potential verwendet; sein Vorteil besteht darin, daß man analytische Ausdrücke erhält. Natürlich muß man sich auch der Grenzen eines solchen Verfahrens bewußt sein: V_{makr} beinhaltet keine Schaleneffekte und keine Energieabhängigkeit. Für unsere Rechnungen zur inneren Paarbildung und Coulombspaltung spielt dies nur eine untergeordnete Rolle, da alle wesentlichen Schlußfolgerungen in Bereichen gezogen werden, bei denen die Nuklearwechselwirkung nur zu einer geringen Störung der elektromagnetischen Anregung führt. Für weitergehende Rechnungen könnte man

beispielsweise die von Morović und Greiner¹¹⁰⁾ nach der "makroskopisch- mikroskopischen Methode" erhaltenen elastischen Potentiale benutzen. Aus ihnen läßt sich näherungsweise auch der nukleare Anteil des Kopplungspotentials über die Beziehung $T_{\text{nucl}}(r) \approx - R_0 \cdot dU(r)/dr$ gewinnen¹¹¹⁾.

2.3 Hochspinzustände und Quadrupolmatrixelemente deformierter Kerne

Durch die Coulombwechselwirkung werden vorwiegend die kollektiven Freiheitsgrade der Kerne angeregt, d.h. Oberflächenvibrationen, Rotationen und Riesenresonanzen. Dabei spielt die direkte Anregung der Riesenresonanzen wegen der verhältnismäßig hohen Energie (12 - 15 MeV) kaum eine Rolle. Wie von Holm³⁷⁾ in einem klassischen Modell gezeigt wurde, verhalten sie sich nahezu adiabatisch. Jedoch vermindert ihre virtuelle Anregung die Besetzungswahrscheinlichkeiten der energetisch tieferliegenden Niveaus; dies kann jedoch nach Alder und Winther²⁶⁾ durch geringfügig modifizierte $B(E\ell)$ - Werte für Vibrationen und Rotationen berücksichtigt werden. Es genügt deshalb, die Oberflächenvariablen $\alpha_{\ell m}$ und die kanonisch konjugierten Impulse $\pi_{\ell m}$ als Kollektivkoordinaten zu betrachten. Die Struktur des kollektiven Hamiltonoperators

$$H(\alpha^{[\ell]}, \pi^{[\ell]}) = T(\alpha^{[\ell]}, \pi^{[\ell]}) + V(\alpha^{[\ell]}) \quad (2.43)$$

ist durch die Forderung von Rotationsinvarianz, Paritätsinvarianz und Zeitumkehrinvarianz eindeutig festgelegt, sofern man sich auf eine Potenzreihenentwicklung in den Kollektivkoordinaten beschränkt. Für den Fall, daß nur Quadrupoldeformationen ($\ell=2$) vorliegen, erhält man⁴³⁾

$$T(\alpha^{[2]}, \pi^{[2]}) = \frac{\sqrt{5}}{2B_2} [\pi^{[2]} \times \pi^{[2]}]^{[0]} + B_3 [\pi^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \quad (2.44a)$$

$$\begin{aligned}
 & \times \pi^{[2]}]^{[0]} + B_{40} [\pi^{[2]} \times \pi^{[2]}]^{[0]} \cdot [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} + \\
 & + B_{42} [[\pi^{[2]} \times \pi^{[2]}]^{[2]} \times [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]}]^{[0]} + \quad (2.44a) \\
 & + B_{44} [[\pi^{[2]} \times \pi^{[2]}]^{[4]} \times [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[4]}]^{[0]} + \dots
 \end{aligned}$$

und entsprechend

$$\begin{aligned}
 V(\alpha^{[2]}) = & \frac{\sqrt{5}}{2} C_2 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} + C_3 [[\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[2]} \times \\
 & \times \alpha^{[2]}]^{[0]} + C_4 [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} \cdot [\alpha^{[2]} \times \alpha^{[2]}]^{[0]} + \dots \quad (2.44b)
 \end{aligned}$$

Die eigentliche Physik steckt dabei in den Trägheits- und Steifheitsparametern B_n bzw. C_n . Im Rahmen des von Gneuß und Greiner entwickelten Modells⁴⁴⁾, das auf einer Diagonalisierung des Hamiltonoperators (2.44) in der Basis des harmonischen Quadrupoloszillators beruht, wurde das Niederenergiespektrum aller gg- Kerne im Massenbereich $40 \leq A \leq 254$ für Spins $I \leq 6$ von Sedlmayr⁴⁵⁾ berechnet. Leider reichen diese Spektren für unsere Zwecke nicht aus, da durch die Coulombanregung Hochspinzustände bis $I \approx 40$ im Bereich der Aktiniden erreicht werden können. Eine Weiterentwicklung des Kollektivmodells im Hinblick auf hohe Drehimpulszustände wird zur Zeit von Hess⁴⁶⁾ nach den von Moshinsky und Mitarbeitern⁴⁷⁾ entwickelten gruppentheoretischen Methoden durchgeführt. Der wesentliche Unterschied zum Gneuß- Greiner- Modell liegt im Übergang zu einer nichtpolynomialen Darstellung in den Koordinaten $\alpha_{\lambda m}$. Zudem erfolgt die Berechnung im Intrinsicsystem (β, γ - Repräsentation). Resultate für Hoch-

spinnniveaus fehlen aber bisher.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Berechnung von Wirkungsquerschnitten für e^+e^- Paarerzeugung bzw. Spaltung als Folge der Coulombanregung im Schwerionenstoß. Da beide Effekte nicht vom Verhalten einzelner Zustände abhängen, sondern durch das Zusammenwirken vieler Niveaus entstehen, darf man annehmen, daß Näherungsmethoden bei der Behandlung der Kernstruktur gerechtfertigt sind.

Für deformierte Kerne hat sich das Rotations-Vibrations- Modell (RVM) von Faessler und Greiner als brauchbare Näherung erwiesen. Es soll hier nur in seinen Grundzügen dargestellt werden; Einzelheiten findet man in Ref. 43 und 48. In der allgemeinen Entwicklung der kinetischen Energie, Gl.(2.44a), beschränkt man sich auf den ersten Term. Man erhält dann den (zunächst noch klassischen) Ausdruck

$$T(\dot{\alpha}_{2m}) = \frac{B}{2} \sum_{m=-2}^{+2} \dot{\alpha}_{2m}^* \dot{\alpha}_{2m} . \quad (2.45)$$

Die 5 Quadrupol- Oberflächenvariablen α_{2m} im Laborsystem lassen sich durch die beiden Vibrationskoordinaten a_0 und a_2 im intrinsischen Hauptachsensystem und die Eulerwinkel $\mathcal{J}_j$ ($j=1,2,3$) ausdrücken

$$\alpha_{2m} = \sum_{n=-2}^{+2} \mathcal{D}_{mn}^{2*}(\mathcal{J}_j) a_n, \quad (2.46)$$

$$a_1 = a_{-1} = 0, \quad a_2 = a_{-2} .$$

Durch Einsetzen von Gl.(2.46) in Gl.(2.45) spaltet die kinetische Energie in einen Rotations- und einen Vibrationsanteil auf

$$T(\dot{q}_j, a_0, a_2) = \sum_{k=1}^3 \frac{L_k^2(\dot{q}_j)}{2J_k(a_0, a_2)} + \frac{B}{2} (\dot{a}_0^2 + 2\dot{a}_2^2) \quad (2.47)$$

Infolge der Deformationsabhängigkeit der Trägheitsmomente

$$\begin{aligned} J_1(a_0, a_2) &= B(3a_0^2 + 2\sqrt{6}a_0a_2 + 2a_2^2) \\ J_2(a_0, a_2) &= B(3a_0^2 - 2\sqrt{6}a_0a_2 + 2a_2^2) \\ J_3(a_2) &= 8Ba_2^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

sind die Oberflächenschwingungen und Rotationen miteinander gekoppelt. Diese Rotations- Vibrations- Wechselwirkung (RVW) wird bei hohen Drehimpulsen sehr stark. Auch für die potentielle Energie in Gl. (2.44b) wird ein Näherungsausdruck verwendet. Wir betrachten als Beispiel den gg- Kern $^{238}_{92}\text{U}$. Fig. 3 zeigt einen Schnitt durch seine Potentialfläche $V(a_0, a_2)$ entlang der a_0 - Achse. Die doppelhöckerige Spaltbarriere ist typisch für Kerne in der Aktinidenregion. Für Drehimpuls $I=0$ liegen die innere und äußere Barriere etwa auf gleicher Höhe, nämlich bei ≈ 6 MeV. Die dargestellte Potentiallinie ist aus den Höhen und Krümmungen der beiden Sattelpunkte bzw. des zweiten Minimums konstruiert, die von Back et al.⁴⁹⁾ mit Hilfe direkter Reaktionen gemessen wurden. Während die gebundenen Zustände im ersten Minimum eingehend in Coulombanregungsexperimenten⁵⁰⁻⁶¹⁾ untersucht wurden, gibt es bisher nur wenig experimentelle Informationen⁶²⁾ über die entsprechenden isomeren Niveaus. Insbesondere ist hier die Abhängigkeit des Potentials von der γ - Vibrationskoordinate a_2 unbekannt. Das Rot- Vib- Modell beschreibt gg- Kerne, die wie ^{238}U

eine achsialsymmetrische Grundzustandskonfiguration $a_0 = \beta_0$, $a_2 = 0$ in ihrer Potentialenergiefläche besitzen. Das Potential wird in harmonischer Näherung um die Gleichgewichtslage entwickelt (gestrichelte Kurve in Fig.3), d.h.

$$V(a_0, a_2) \rightarrow V(\xi, \eta) = \frac{1}{2} C_0 \xi^2 + C_2 \eta^2, \quad (2.49)$$

wobei die neuen Vibrationskoordinaten durch

$$a_0 = \beta_0 + \xi, \quad a_2 = 0 + \eta \quad (2.50)$$

definiert sind. Die klassische Hamiltonfunktion, Gl.(2.47) und (2.49) wird nun in den krummlinigen Koordinaten (ξ, η, ϑ_j) quantisiert. Verwendet man im Unterraum der Koordinaten (ξ, η) das Volumenelement $d\tau(\xi, \eta) = d\xi d\eta$, so lautet der entsprechende Hamiltonoperator

$$H(\xi, \eta, \vartheta_j) = \sum_k \frac{L_k^2(\vartheta_j)}{2 I_k(\xi, \eta)} - \frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{(3(\beta_0 + \xi)^2 + 6\eta^2)^2}{8\eta^2(3(\beta_0 + \xi)^2 - 2\eta^2)^2} \right] + V(\xi, \eta). \quad (2.51)$$

Das für $\eta \rightarrow 0$ divergente Zusatzpotential in der eckigen Klammer kommt durch die Umrechnung auf das einfachere Volumenelement $d\xi d\eta$ zustande. Entwickelt man die reziproken Trägheitsmomente und das Zusatzpotential bis zur 2. Ordnung nach Potenzen von (ξ/β_0) bzw. (η/β_0) , so ergibt sich der Hamiltonoperator des RVM in der Form⁴³⁾

$$H = H_{\text{rot}} + H_{\text{vib}} + H_{\text{rot vib}}. \quad (2.52)$$

Unter Vernachlässigung der Rot- Vib- Wechselwirkung

$H_{\text{rot vib}}$ lassen sich Eigenfunktionen und Energieeigenwerte analytisch angeben

$$(H_{\text{rot}} + H_{\text{vib}}) \Phi_{K n_2 n_0}^{\text{IM}} = E_{K n_2 n_0}^{\text{I}} \Phi_{K n_2 n_0}^{\text{IM}} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{K n_2 n_0}^{\text{IM}}(\xi, \eta, \vartheta_j) &= \left[\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})} \right]^{1/2} \left(\mathcal{D}_{nK}^{\text{I}*}(\vartheta_j) + (-1)^I \mathcal{D}_{n-K}^{\text{I}*}(\vartheta_j) \right) \times \\ &\times u_{K n_2}(\eta) v_{n_0}(\xi) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$E_{K n_2 n_0}^{\text{I}} = \left[I(I+1) - K^2 \right] \frac{\varepsilon}{2} + \left(\frac{1}{2}K + 2n_2 + 1 \right) E_\gamma + \left(n_0 + \frac{1}{2} \right) E_\beta. \quad (2.55)$$

Man erhält verschiedene Rotationsbanden, Gl.(2.55), die durch die Drehimpulsprojektion K auf die Intrinsicachse und die Vibrationsquantenzahlen n_0 und n_2 charakterisiert sind. Infolge der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung werden diese Banden gemischt. Zur Lösung des vollständigen Eigenwertproblems

$$H \varphi_n^{\text{IM}} = E_n^{\text{I}} \varphi_n^{\text{IM}} \quad (2.56)$$

hat man den Hamiltonoperator (2.52) in der Basis (2.54) zu diagonalisieren.

Ausgangspunkt ist dabei die Entwicklung

$$\varphi_n^{\text{IM}}(\xi, \eta, \vartheta_j) = \sum_{K n_2 n_0} C_{n, K n_2 n_0}^{\text{I}*} \Phi_{K n_2 n_0}^{\text{IM}}(\xi, \eta, \vartheta_j). \quad (2.57)$$

Wir betrachten jetzt die Matrixelemente

$$H_{n'n}^{(1)} = \langle \varphi_{n'}^{\text{IM}} | H | \varphi_n^{\text{IM}} \rangle = E_n^{\text{I}} \delta_{n'n}. \quad (2.58)$$

Durch Einsetzen der Entwicklung (2.57) folgt

$$H_{n'n}^{(1)} = \sum_{\mu', \mu} C_{n', \mu'}^{\text{I}} H_{\mu', \mu}^{(2)} C_{n, \mu}^{\text{I}*} \quad (2.59)$$

mit

$$H_{\mu'\mu}^{(2)} = \langle \Phi_{\mu'}^{IM} | H | \Phi_{\mu}^{IM} \rangle, \quad (2.60)$$

wobei wir zur Abkürzung $\mu = (K, n_2, n_0)$ gesetzt haben.

Schreibt man Gl.(2.59) in Matrixform

$$H^{(1)} = C H^{(2)} C^{\dagger}, \quad (2.61)$$

so wird deutlich, daß es sich um eine algebraische Eigenwertgleichung handelt. Die Energieeigenwerte sind gerade die Diagonalelemente der gesuchten Matrix $H^{(1)}$ (siehe Gl.(2.58)), während die zur Bestimmung der Wellenfunktion in Gl. (2.57) benötigten Entwicklungskoeffizienten durch die Transformationsmatrix C - und damit durch die Eigenvektoren der Matrix $H^{(2)}$ - gegeben sind. Zur numerischen Diagonalisation der Gl.(2.61) braucht man die Matrixelemente $H_{\mu'\mu}^{(2)}$ des vollständigen Hamiltonoperators zwischen den Basiszuständen Φ_{μ}^{IM} . Explizite Ausdrücke hierfür sind in Ref. 48 angegeben.

Wir diskutieren jetzt die Ergebnisse am Beispiel ^{238}U .

Für die Diagonalisation wurden die 6 untersten Rotationsbanden ($K n_2 n_0$) bis Spin 40 verwendet. Die in Gl.(2.55) auftretenden Energieparameter kann man dem gemessenen Niederenergiespektrum^{50,51)} entnehmen; es ergeben sich die Werte $E = 0.0137$, $E_{\beta} = 0.9948$ und $E_{\gamma} = 1.0445$ MeV. Fig. 4 gibt einen Vergleich zwischen den experimentellen und theoretischen Energieniveaus der Grundzustandsbande. Die Rotations- Vibrations- Wechselwirkung, die zum Teil durch eine Zentrifugalstreckung des Kerns erklärt werden kann, erniedrigt das Spektrum der Hochspinzustände beträchtlich: für die Spins $I = 20, 30, 40$ finden wir Energiedifferenzen $\Delta E = 0.5, 1.5$ und 3.0 MeV. Unter

Einbeziehung der RVW wird die experimentelle Grundzustandsbande⁵³⁻⁵⁵⁾ selbst bei hohen Spins gut wiedergegeben. Für Drehimpulse $I > 24$ werden die Abweichungen stärker; die theoretischen Niveaus liegen um etwa 0.15 - 0.25 MeV zu hoch. Dies wird u.a. durch das harmonische Oszillatorpotential des RVM verursacht, das die Steilheit des wirklichen Potentials überschätzt (siehe Fig. 3). Aus den experimentellen Energieniveaus kann man schließen, daß ein Backbending- Verhalten unterhalb Drehimpuls 30 nicht vorliegt.

Die theoretischen Vorhersagen für die erste β - ($\widetilde{001}$) und γ - ($\widetilde{200}$) Bande sowie für die 2 Phonon- Vibrationsbanden ($\widetilde{002}$), ($\widetilde{201}$) und ($\widetilde{400}$) ^{*}) sind in Fig. 5 bis zu einer Energie von etwa 10 MeV dargestellt. Sie sind insbesondere für die e^+e^- Paarbildung bzw. Coulombspaltung wesentlich. Experimentell ist über diese Nebenbanden nur wenig bekannt. Gemessen sind nur die untersten Niveaus⁶³⁾ der ersten γ - und β - Bande bis Spin 4 bzw. 6. Da der Bandenkopf im RVM angepaßt wird, ist es nicht erstaunlich, daß diese Niveaus durch die Theorie verhältnismäßig gut beschrieben werden. Zur Zeit werden bei der GSI in Darmstadt verfeinerte Coulombanregungsexperimente vorbereitet, in denen das Verhalten der Nebenbanden bei höheren Drehimpulsen systematisch untersucht werden soll⁶⁴⁾.

*) Der Zirkumflex über den Zuständen soll andeuten, daß (Kn_2n_0) als Folge der RVW keine guten Quantenzahlen mehr sind. Die Rotationsbanden wurden daher nach den maximalen Entwicklungskoeffizienten in Gl.(2.57) klassifiziert.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß sich im Niederenergiespektrum auch kollektive Niveaus finden, die durch das RVM nicht erklärbar sind. Bei einigen davon handelt es sich möglicherweise um Paarungsvibrationen⁵¹⁾. Ferner beobachtet man in der Aktinidenregion durchweg niedrigliegende Banden negativer Parität. Sie lassen sich am einfachsten als Rotationsbanden, die auf Oktupolvibrationen aufbauen, interpretieren. Für ein 3^- Vibrationsniveau (in ^{238}U bei 0.7313 MeV) erwartet man theoretisch $K = 0^-, 1^-, 2^-$ und 3^- Rotationsbanden. Tatsächlich wurde im $^{136}\text{Xe} - ^{238}\text{U}$ Experiment von Grosse et al.⁵³⁾ die $K = 0^-$ Bande bis zum 19^- Zustand angeregt. Die Anregung dieser Oktupolbande beeinflußt die Intensitäten in der gs- Bande jedoch nur wenig ($\lesssim 10\%$); wegen der niedrigen Übergangsenergien (< 1 MeV) hat die $K = 0^-$ Bande keinen Einfluß auf die Bildung von e^+e^- Paaren⁶⁵⁾.

Zur Berechnung der Anregungsamplituden in Gl.(2.20) benötigen wir außer dem Energiespektrum noch die reduzierten Matrixelemente des Coulomb- bzw. Nuklearpotentials. In niedrigster Ordnung $\alpha_{\ell m}$ sind beide Kopplungspotentialmatrixelemente proportional zueinander, wie ein Vergleich des elektrischen Multipoloperators (2.36) und des nuklearen Formfaktors (2.37) zeigt. Unter Zuhilfenahme von Gl. (2.42) können wir deshalb folgern

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{n'}^{I'} \| V_{\ell}^{\text{Coul}} + V_{\ell}^{\text{nucl}} \| \varphi_n^I \rangle &= \langle \varphi_{n'}^{I'} \| M(E\ell) \| \varphi_n^I \rangle \times \\ &\times \frac{4\pi}{3ZeR_0^{\ell}} \left(T_{\ell,\text{Coul}}(r) + T_{\ell,\text{nucl}}(r) \right). \end{aligned} \quad (2.62)$$

Die Beziehung (2.62) wird bei stärkerer Kerndeformation nicht mehr exakt gelten. Da es jedoch sehr aufwendig - und analytisch kaum durchführbar - wäre, den nuklearen Anteil bis zu Termen α_{lm}^2 zu berechnen, erscheint es plausibel, Formel (2.62) als Näherung auch für größere Deformationen zu verwenden. Wir geben deshalb im folgenden die Matrixelemente des elektrischen Quadrupoloperators quadratisch in α_{lm} an. Gl.(2.57) gestattet uns, diese auf die Matrixelemente zwischen den Basiszuständen zurückzuführen

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{n'}^{I'} \| M(E2) \| \varphi_n^I \rangle &= \sum_{\substack{K n_2 n_0 \\ K' n_2' n_0'}} C_{n', K' n_2' n_0'}^{I'} C_{n, K n_2 n_0}^{I*} \times \\ &\times \langle \Phi_{K' n_2' n_0'}^{I'} \| M(E2) \| \Phi_{K n_2 n_0}^I \rangle. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Verwendet man die Wellenfunktion (2.54), so folgt

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{K' n_2' n_0'}^{I'} \| M(E2) \| \Phi_{K n_2 n_0}^I \rangle &= \frac{3ZeR_0^2}{4\pi} \left\{ \langle I' K' \| \mathcal{D}_{00}^2 \| I K \rangle \times \right. \\ &\times \left[\beta_0 (1+\alpha) \delta_{K'K} \delta_{n_2'n_2} \delta_{n_0'n_0} + (1+2\alpha) \delta_{K'K} \delta_{n_2'n_2} \langle n_0' | \xi | n_0 \rangle \right. \\ &+ \frac{\alpha}{\beta_0} \delta_{K'K} \delta_{n_2'n_2} \langle n_0' | \xi^2 | n_0 \rangle - 2 \frac{\alpha}{\beta_0} \langle K' n_2' | \eta^2 | K n_2 \rangle \delta_{n_0'n_0} \left. \right] \\ &+ \langle I' K' \| \mathcal{D}_{0-2}^2 + \mathcal{D}_{0+2}^2 \| I K \rangle \left[\langle K' n_2' | \eta | K n_2 \rangle \delta_{n_0'n_0} (1-2\alpha) \right. \\ &\left. \left. - \langle K' n_2' | \eta | K n_2 \rangle \langle n_0' | \xi | n_0 \rangle \frac{2\alpha}{\beta_0} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

β_0 beschreibt die Grundzustandsdeformation und $\alpha = 2/7 \times (5/\pi)^{1/2} \beta_0$. Die Deformation β_0 läßt sich aus dem Übergangsmatrixelement $\langle 2^+g \| M(E2) \| 0^+g \rangle$ deduzieren. Mit dem in Ref. 50 angegebenen Wert 3.51 eb findet man $\beta_0 = 0.264$ für ^{238}U .

Die in der letzten Gleichung auftretenden Matrixelemente der Drehmatrizen lassen sich leicht auswerten. Man erhält

$$\begin{aligned} \langle I'K' \| \mathcal{D}_{00}^2 \| IK \rangle &= (2I'+1)^{1/2} (I'2I | K'0K) \\ \langle I'K' \| \mathcal{D}_{0-2}^2 + \mathcal{D}_{0+2}^2 \| IK \rangle &= \left(\frac{2I'+1}{(1+\delta_{K0})(1+\delta_{K'0})} \right)^{1/2} \times \\ &\times \left[(I'2I | K'2K) + (-1)^{I'} (I'2I | -K'2K) + (I'2I | K'-2K) \right]. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Diese Werte unterscheiden sich durch Phasenfaktoren der Form $(-1)^I$ von den bei Holm⁶⁶⁾ angegebenen Ausdrücken, die lediglich für gerade Spins gelten.

Die Vibrationsmatrixelemente sind ebenfalls analytisch lösbar.

$$\begin{aligned} \langle n_0' | \xi | n_0 \rangle &= \beta_0 y \left[(n_0+1)^{1/2} \delta_{n_0', n_0+1} + n_0^{1/2} \delta_{n_0', n_0-1} \right] \\ \langle n_0' | \xi^2 | n_0 \rangle &= \beta_0^2 y^2 \left[(n_0+2)^{1/2} (n_0+1)^{1/2} \delta_{n_0', n_0+2} + \right. \\ &\left. + (2n_0+1) \delta_{n_0', n_0} + (n_0-1)^{1/2} n_0^{1/2} \delta_{n_0', n_0-2} \right], \end{aligned} \quad (2.66)$$

wobei die Abkürzung $y = (3\epsilon/(2E_\beta))^{1/2}$ verwendet wurde.

Die η -Vibrationsmatrixelemente folgen aus dem allgemeinen Ausdruck (13) in Ref.48

$$\begin{aligned} \langle K'n_2' | \eta | Kn_2 \rangle &= \beta_0 \frac{x}{\sqrt{2}} \delta_{K', K-2} \left[\left(\frac{1}{2}K+n_2 \right)^{1/2} \delta_{n_2', n_2} - (n_2+1)^{1/2} \times \right. \\ &\times \delta_{n_2', n_2+1} \left. \right] + \beta_0 \frac{x}{\sqrt{2}} \delta_{K', K+2} \left[\left(\frac{1}{2}K+n_2+1 \right)^{1/2} \delta_{n_2', n_2} - n_2^{1/2} \delta_{n_2', n_2-1} \right] \\ \langle K'n_2' | \eta^2 | Kn_2 \rangle &= \beta_0^2 \frac{x^2}{2} \delta_{K', K} \left[-n_2^{1/2} \left(\frac{1}{2}K+n_2 \right)^{1/2} \delta_{n_2', n_2-1} + \right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{2}K+1+2n_2 \right) \delta_{n_2', n_2} - (n_2+1)^{1/2} \left(\frac{1}{2}K+n_2+1 \right)^{1/2} \delta_{n_2', n_2+1} \right]. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Hierbei ist $x = (3E/E_\gamma)^{1/2}$. Die Formeln (2.63) - (2.67) geben die Quadrupolmatrixelemente für beliebige Zustände unter Berücksichtigung der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung (RVM) an. Spezielle Werte für die gs, β - und γ - Bande sind in Ref.48 abgeleitet.

Unsere numerischen Resultate für die E2 - Übergangsmatrixelemente innerhalb der Yrastbande sind in Tabelle 1 zusammengefaßt. Experimentell kann man sie durch Lebensdauermessungen nach Coulombanregung bestimmen. Sie werden generell durch die RVW vergrößert. Für den $10^+ - 8^+$, $20^+ - 18^+$, $30^+ - 28^+$ Übergang beispielsweise beträgt die Änderung 5, 15 und 22%, auf der anderen Seite nehmen die Matrixelemente $\langle (I+2)\beta \| M(E2) \| I_g \rangle$ und $\langle (I+2)\gamma \| M(E2) \| I_g \rangle$ ab, so daß man hierdurch eine Vergrößerung der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten für die gs- Bande erwartet. Wir weisen jedoch darauf hin, daß der Haupteffekt der RVW nicht die verhältnismäßig geringe Änderung der Quadrupolmatrixelemente ist, sondern die starke Energieabsenkung innerhalb der Yrastbande (s. Fig. 4). Dies führt vor allem bei hohen Spins (Coulombspaltung!) zu drastischen Änderungen in den Anregungsamplituden.

2.4 Anregung von ^{238}U durch Xe und U Projektilionen

In diesem Abschnitt wollen wir die Coulomb- und Nuklear-Anregung von ^{238}U durch sehr schwere Projektilionen untersuchen. Die Anregungswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Eigenzustände des Targetkerns werden als Funktion der Zeit, des Streuwinkels und der Einschußenergie diskutiert. Ferner werden Spinverteilungen für einzelne Rotationsbanden und die mittlere Anregungsenergie angegeben.

Hierzu lösen wir die gekoppelten Differentialgleichungen (2.20) numerisch mit Hilfe des Prädiktor-Korrektor-Verfahrens. Zunächst wurden alle Niveaus der g s-, β - und γ -Bande berücksichtigt, die unterhalb der spinabhängigen Spaltschwelle liegen (s. Fig.5). In erweiterten Rechnungen wurden dann auch noch die höheren Zustände bis Spin 40 miteinbezogen. Sie simulieren die für die Coulombspaltung wichtigen Kontinuumszustände (vgl. Kap.4). Das ergibt insgesamt 81 Energieniveaus. Man hat dabei zu bedenken, daß i.a. mehrere magnetische Unterzustände pro Niveau bevölkert werden können. Lediglich bei Rückwärtsstreuung im Schwerpunktsystem werden allein die $M = 0$ Unterzustände angeregt, vorausgesetzt, daß sich der g g-Kern vor der Kollision im 0^+ Grundzustand befindet^{17,66}). Testrechnungen zeigten, daß man bei der inelastischen Streuung von $^{136}\text{Xe} - ^{238}\text{U}$ und $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ mit den Magnetquantenzahlen $M = -4, \dots, 0, \dots, +4$ selbst bei Vorwärtsstreuwinkeln auskommt. Das bedeutet: für realistische Rechnungen hat man etwa 650 lineare gekoppelte Differentialgleichungen zu

lösen. Die Anzahl der nichtverschwindenden Quadrupolmatrixelemente liegt (die magnetischen Unterzustände eingerechnet) bei 25000. Damit ist selbst für Großcomputer eine Grenze erreicht, die nicht wesentlich überschritten werden kann, wenn die Rechenzeit in einem vernünftigen Rahmen bleiben soll. Die Berechnung der Winkelverteilung in Fig. 7 im Rahmen der semiklassischen Methode benötigte beispielsweise $3\frac{1}{2}$ Stunden CPU - Zeit auf der IBM 370/168 - Anlage der GSI in Darmstadt. Die relative Rechengenauigkeit lag bei 10^{-4} . Im Spezialfall $\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$ reduziert sich die Zahl der gekoppelten Kanäle auf 81; die Genauigkeit kann dann um 2 Größenordnungen auf 10^{-6} gesteigert werden. Das ist notwendig, wenn man die Coulombspaltung auch bei niedrigen Projektilenergien untersuchen möchte. Vollständig quantenmechanische Rechnungen sind für Schwerionenreaktionen nicht durchführbar: die hohe Zahl der beitragenden Partialwellen läßt höchstens 5 gekoppelte Energieniveaus zu⁶⁷⁾.

Wir betrachten zunächst die Anregung der Grundzustandsbande im U - U System als Funktion der Zeit t bzw. des Relativabstandes R (Fig.6). In einer Entfernung von etwa 40 fm befindet sich der Targetkern noch mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% im 0^+ Grundzustand. Bei weiterer Annäherung der Ionen werden dann durch sukzessive E2 - Übergänge (Mehrfach- Coulombanregung) die höheren Mitglieder der Rotationsbande angeregt. Am Umkehrpunkt der klassischen Bahn (t = 0, R = 21.8 fm) ist der Targetkern bei etwa Spin 20 angelangt. Die Anregungsamplituden der

Drehimpulszustände $J > 30$ erreichen ihren Maximalwert erst, wenn sich die Kerne wieder voneinander entfernt haben (bei 40 - 50 fm). Die Oszillationen in $P(t)$ werden durch die zusätzliche Anregung der β - und γ - Vibrationsbande verursacht.

Fig. 7 zeigt die Winkelverteilung der asymptotischen Anregungswahrscheinlichkeiten im Schwerpunktsystem für einige typische Niveaus der gs-, β - und γ - Bande. Da es sich um ein symmetrisches System handelt, gelten die Resultate für das Projektil ebenso wie für den Targetkern (vgl. Gl.(2.6)). Die Einschußenergie $E_{\text{lab}} = 1095$ MeV entspricht einem Minimalabstand $r_{\text{min}} = 22.3$ fm bei Rückwärtsstreuung; das ist außerhalb des Wirkungsbereiches der Kernkräfte. Man erkennt, wie sich mit wachsendem Streuwinkel das Anregungsmaximum von den niederen Spins auf die Hochspinzustände verlagert. Gewisse Strukturen in den Winkelverteilungen (besonders auffällig in der β - Bande) werden durch virtuelle Anregung von Niveaus hervorgerufen, die nicht zur selben Rotationsbande gehören. Wir betrachten jetzt den Spezialfall $\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$. Innerhalb der gs- Bande ist das Rotationsniveau $J^\pi = 24^+$ mit $P^{\text{Cb}}(24^+) = 8 \cdot 10^{-2}$ am stärksten angeregt. Für den 30^+ Zustand erhalten wir $P^{\text{Cb}}(30^+) = 3 \cdot 10^{-3}$, und für noch höhere Drehimpulse nehmen die Anregungswahrscheinlichkeiten exponentiell ab, so daß das 36^+ Niveau knapp unterhalb der Spaltschwelle kaum im experimentellen Photonspektrum sichtbar sein dürfte ($P^{\text{Cb}}(36^+) = 1 \cdot 10^{-5}$). Die auf den β - und γ - Vibrationszuständen aufbauenden Rota-

tionsbanden werden wesentlich schwächer angeregt. Zum Beispiel ist $P^{Cb}(30^+\gamma) = 6 \cdot 10^{-4}$ und $P^{Cb}(30^+\beta) = 3 \cdot 10^{-5}$.

Die Spinabhängigkeit der Coulombanregung bei vorgegebener Projektilenergie und festem Streuwinkel $\vartheta_{cm} = 180^\circ$ tritt in Fig.8 noch deutlicher hervor: bei deformierten Kernen beobachtet man innerhalb einer Rotationsbande eine Art Sägezahnstruktur. Etwas unterhalb des klassisch maximal übertragbaren Drehimpulses, der hier bei $J \approx 30$ liegt, nimmt die Anregungswahrscheinlichkeit rapide ab.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Verwendung von ^{136}Xe Projektilen (Fig.9). Die Laborenergie wurde wiederum so gewählt, daß die starke Wechselwirkung noch keine Rolle spielt. In diesem Fall haben wir die Berechnung der Spinverteilung $P(J)$ mit bzw. ohne Rotations-Vibrations- Wechselwirkung durchgeführt (durchgezogene bzw. gestrichelte Kurven in Fig.9). Als Folge der im Abschnitt 2.3 ausführlich diskutierten energetischen Absenkung durch die RVW werden die Hochspinzustände der gs-Bande wesentlich stärker bevölkert. Der Einfluß der etwas vergrößerten Quadrupolübergangsmatrixelemente (Tabelle 1) ist vergleichsweise gering. Für die Rotationszustände $J = 22, 24$ und 26 unterscheiden sich die Coulombanregungswahrscheinlichkeiten mit bzw. ohne RVW um einen Faktor $1.5, 3.0$ und 5.5 mit steigender Tendenz bei noch höheren Drehimpulsen. Andererseits nimmt die Besetzung der β - Vibrationsniveaus oberhalb von Spin 22 ab. Bei Spin 28 - hier liegt im RVM die Spaltschwelle - ist P^{Cb}

um etwa eine Größenordnung reduziert. Im linearen Maßstab von Fig.9 läßt sich dies nicht erkennen, in der Anregungsfunktion für Coulombspaltung (s. Kap.4) tritt der Effekt jedoch deutlich hervor. Der verstärkten Anregung im Spinbereich $J = 6 - 18$ innerhalb der β -Bande entspricht eine deutliche Verringerung von P^{Cb} innerhalb der γ -Bande. Hieraus können wir schließen, daß die Rotations- Vibrations- Wechselwirkung einen starken Einfluß auf die Coulombanregung schwerer deformierter Kerne ausübt und deshalb nicht vernachlässigt werden kann.

Wir wollen jetzt den Einfluß der Kernkräfte auf den Anregungsmechanismus studieren. In Fig. 10 und 11 sind die Anregungsfunktionen der 10^+ , 20^+ und 26^+ Niveaus in der Grundzustands- und β -Bande von ^{238}U aufgetragen. Der obere Teil dieser Figuren wurde für reine Coulombanregung gerechnet, der untere Teil enthält zusätzlich die starke Wechselwirkung. Bei niedrigen Projektilenergien zeigt P^{Cb} die typischen Oszillationen der Mehrfach- Coulombanregung. Bei Annäherung an die Wechselwirkungsbarriere, die im Xe - U System bei $E_{cm}^{int} \approx 470 \text{ MeV}$ liegt, interferieren Coulomb- und Nuklearanregung destruktiv miteinander, so daß die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Hochspinzustände in diesem Bereich stark herabgesetzt werden. Oberhalb der Barriere dominiert der nukleare Anteil des Kopplungspotentials (vgl. Fig.2), und die Anregung nimmt wieder zu.

Ein ganz analoges Verhalten zeigt auch die mittlere Anregungsenergie $\overline{E}^*$ als Funktion der Projektilenergie (Fig.12).

Unter Verwendung der Gleichungen (2.6) bis (2.8) folgt

$$\begin{aligned}\bar{E}^*(t) &= \langle \psi(\alpha_{em}, t) | H(\alpha_{em}, \vec{r}(t)) | \psi(\alpha_{em}, t) \rangle = \\ &= \sum_n |a_n(t)|^2 E_n + \sum_{m,n} a_m^*(t) a_n(t) e^{\frac{i}{\hbar}(E_m - E_n)t} \times \\ &\quad \times \langle \phi_m(\alpha_{em}) | V_{coupl}(\alpha_{em}, \vec{r}(t)) | \phi_n(\alpha_{em}) \rangle. \quad (2.68)\end{aligned}$$

Für $t \rightarrow +\infty$ verschwindet das Kopplungspotential und man erhält

$$\bar{E}^*(t \rightarrow +\infty) = \sum_n |a_n(t \rightarrow +\infty)|^2 E_n, \quad (2.69)$$

wobei E_n die Eigenwerte des intrinsischen Hamiltonoperators darstellen. Im System $^{136}\text{Xe} - ^{238}\text{U}$ ergibt sich für den Targetkern ein Maximalwert $\bar{E}_{^{238}\text{U}}^* = 2.5 \text{ MeV}$. Dieser Wert wird bei einer Projektilenergie $E_{cm} = 440 \text{ MeV}$ erreicht. Die Anregungsenergie des Projektils ist erheblich geringer. Man erhält $\bar{E}_{^{136}\text{Xe}}^* = 0.15 \text{ MeV}$ für $E_{cm} = 370 \text{ MeV}$, also etwa 1/10 des Targetkernwertes.

3. Innere Paarbildung als Folge der Coulombanregung

3.1 Zerfallsprozesse nach der Coulombanregung: Photon-emission, innere Konversion und Paarbildung

Im vorigen Abschnitt haben wir gesehen, daß durch die Coulombanregung in Schwerionenstößen auf die Atomkerne eine mittlere Anregungsenergie von 2 - 3 MeV übertragen wird (Fig.12). Nur in einem sehr geringen Bruchteil der Stöße (etwa 0.01%) werden Anregungsenergien von 7 - 8 MeV erreicht; stark deformierte Kerne wie die Aktiniden können dabei Neutronen emittieren oder spalten (Coulombspaltung). Normalerweise aber gibt der Kern die während des Schwerionenstoßes aufgenommene Energie in Form von γ -Quanten wieder ab. Die Erzeugungsrate T^γ für elektromagnetische Strahlung hängt im wesentlichen von der Übergangsenergie ΔE und dem Betragsquadrat des Multipol- Übergangsmatrixelementes ab. Für E1- Strahlung erhält man

$$T^\gamma(E\ell, n \rightarrow m) = \frac{8\pi(\ell+1)}{\ell[(2\ell+1)!!]^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\Delta E}{\hbar c} \right)^{2\ell+1} B(E\ell, I_n \rightarrow I_m), \quad (3.1)$$

wobei die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit durch

$$B(E\ell, I_n \rightarrow I_m) = \frac{1}{2I_n+1} \left| \langle I_m \| M(E\ell) \| I_n \rangle \right|^2 \quad (3.2)$$

definiert ist.

Bei kollektiven Quadrupolübergängen mit $\Delta E \approx 1$ MeV (beispielsweise zwischen verschiedenen Rotationsbanden eines

deformierten Kernen) geschieht die γ -Emission nach einer mittleren Zeitdauer $\tau = (T^\gamma)^{-1} \approx 10^{-12} - 10^{-13}$ s, also sehr lange nach der Kollision ($\tau^{\text{coll}} \approx 10^{-20}$ s). Das ist auch der Grund dafür, daß man Coulombanregung und Photonemission getrennt voneinander behandeln kann.

Als Folge der retardierten Wechselwirkung zwischen Kernladung und Elektronenladung sind noch zwei weitere Zerfallsprozesse möglich, die man als Konversion bezeichnet. Bei der inneren Konversion, die nur für niederenergetische Kernübergänge ($\lesssim 300$ keV) eine Rolle spielt, wird die Energie ΔE auf ein atomares Hüllenelektron übertragen. Dieser Prozeß hängt deshalb stark von der atomaren Schalenstruktur ab. Um ein Maß für die innere Konversion zu haben, ist es vorteilhaft, den totalen inneren Konversionskoeffizienten α einzuführen. Er ist definiert als das Verhältnis zwischen der Zahl der Konversionselektronen, die bei einem bestimmten Kernübergang $n \rightarrow m$ entsteht, und der entsprechenden Anzahl der Photonen

$$\alpha(n \rightarrow m) = \frac{T^{e^-}(n \rightarrow m)}{T^\gamma(n \rightarrow m)} . \quad (3.3)$$

Für die verschiedenen Elektronenschalen K, L, M... unterscheidet man noch die partiellen Konversionskoeffizienten

$$\alpha_K = \frac{T_K^{e^-}}{T^\gamma} , \quad \alpha_L = \frac{T_L^{e^-}}{T^\gamma} , \quad \alpha_M = \frac{T_M^{e^-}}{T^\gamma} , \dots , \quad (3.4)$$

aus denen sich α additiv zusammensetzt. Diese Konversionskoeffizienten lassen sich unter Benutzung relativistischer Elektronenwellenfunktionen sehr genau berech-

nen und sind in tabellierter Form⁶⁸⁾ vorhanden. Wir erwähnen hier noch, daß bei sehr geringen Energien ($\Delta E \lesssim 50$ keV) die Konversionselektronenrate um einen Faktor 200 bis 300 größer sein kann als die γ -Rate; in diesem Fall ist $\alpha \gg 1$.

Der andere oben erwähnte Konversionsprozeß findet statt, wenn die Energie ΔE die doppelte Ruhemasse des Elektrons $2m_e c^2 \approx 1.022$ MeV übersteigt. Statt des Photons kann dann auch ein e^+e^- Paar gebildet werden. Man bezeichnet den Vorgang als innere Paarkonversion bzw. innere Paarbildung. (Im folgenden werden wir, um Verwechslungen mit der inneren Konversion auszuschließen, stets den zweiten Begriff benutzen). Die Paarbildung wächst im Gegensatz zur inneren Konversion mit zunehmender Übergangsenergie ΔE und abnehmender Multipolarität l etwas an. Da sie nichts mit Vorgängen innerhalb der Elektronenhülle zu tun hat, tritt sie auch bei nackten Kernen auf.

Ganz analog zu Gl.(3.3) definiert man den Koeffizienten für innere Paarbildung als die Paarerzeugungsrate bei einem bestimmten Übergang, normiert auf die entsprechende γ -Rate

$$\beta(n \rightarrow m) = \frac{T^{e^+e^-}(n \rightarrow m)}{T^\gamma(n \rightarrow m)} \quad . \quad (3.5)$$

Der Paarbildungskoeffizient ist stets kleiner als 1 und liegt i.a. in der Größenordnung $\beta \approx 10^{-4}$. Im nächsten Abschnitt werden wir uns genauer mit ihm beschäftigen.

Die Coulombanregungswahrscheinlichkeiten P_n^{Cb} leichter und mittelschwerer Kerne lassen sich experimen-

tell direkt aus dem Verhältnis der gemessenen Querschnitte $d\sigma_n^{\text{Cb}}/d\Omega$ und $d\sigma^{\text{scatt}}/d\Omega$ bestimmen. Bei sehr schweren Ionen hingegen ist eine direkte Messung von P_n^{Cb} nicht möglich, da die Unsicherheit in der Strahlenergie ΔE_{lab} in derselben Größenordnung liegt wie die Anregungsenergie E_n . Spektroskopische Informationen kann man daher nur indirekt durch das Studium der oben genannten Zerfallsprozesse (Photonemission, innere Konversion und innere Paarbildung) erhalten. Während die Anregungsenergien im Experiment relativ leicht zugänglich sind, erfordert die Bestimmung der elektrischen Multipolmatrixelemente $\langle I_m \| M(E1) \| I_n \rangle$ in Gl.(3.2) eine genaue Theorie der Mehrfachcoulombanregung und der sich anschließenden Zerfallserscheinungen.

In der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns jedoch nicht in erster Linie aus kernspektroskopischen Gründen mit der nuklearen Coulombanregung, sondern hauptsächlich deshalb, weil hierdurch eine ganze Reihe neuartiger und fundamentaler Prozesse der Schwerionen- Atomphysik, die im Zusammenhang mit der QED starker Felder stehen, beeinträchtigt werden:

- a) Die totalen Wirkungsquerschnitte für innere Paarbildung durch nukleare Coulombanregung im U - U Stoß sind vergleichbar mit denen, die man für den spontanen und induzierten Zerfall des neutralen Vakuums in überkritischen elektrischen Feldern erwartet. Obwohl die QED-Positronen nur während des Schwerionenstoßes gebildet werden (innerhalb von $\tau \approx 10^{-19} \text{ s}$) und die Coulombpositronen dieselbe Zeitkonstante wie die γ - Zerfälle

aufweisen ($\tau \approx 10^{-13} \text{ s}$), ist eine experimentelle Trennung mittels Koinzidenztechniken nicht möglich. Eine genaue Untersuchung von Ion- Winkelverteilungen und Energiespektren der Positronen ist daher unerlässlich.

- b) Von wenigen Ausnahmen (z.B. $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$) abgesehen, überdeckt das nukleare Photonspektrum die nichtcharakteristische Röntgenstrahlung der während der Kollision kurzzeitig gebildeten superschweren Quasimoleküle.
- c) Die innere K- bzw. L- Konversion, hervorgerufen durch nukleare Coulombanregung, ist ein Konkurrenzeffekt zur Ionisation aufgrund atomarer Prozesse im Schwerionenstoß.

Im folgenden Abschnitt diskutieren wir den differentiellen Koeffizienten für innere Paarbildung. Sodann werden das aus der Coulombanregung resultierende Photonspektrum und die Paarerzeugungsquerschnitte abgeleitet. Nach einigen Bemerkungen über die Theorie der QED- Positronen gehen wir ausführlich auf unsere Ergebnisse für die Systeme $\text{Pb} - \text{Pb}$, $\text{Xe} - \text{Th}$, $\text{Xe} - \text{U}$, $\text{Pb} - \text{U}$ und $\text{U} - \text{U}$ ein und geben einen Vergleich mit bisher vorliegenden experimentellen Daten.

3.2 Zum Koeffizienten für innere Paarbildung

Der differentielle Paarbildungskoeffizient $d\beta/dE_+$ als Funktion der totalen Positronenergie E_+ ist in der Literatur⁶⁹⁻⁷¹⁾ mehrfach hergeleitet worden; seine Bestimmung soll daher nur kurz skizziert werden. Wie bereits erwähnt, geht man dabei von der retardierten Wechselwirkung zwischen Kernstrom und Elektronenstrom aus. Das entsprechende Übergangsmatrixelement lautet (α ist die Feinstrukturkonstante)

$$\langle f | M | i \rangle = -\alpha \iint j_e(\vec{r}_e) \frac{e^{i\omega|\vec{r}_n - \vec{r}_e|}}{|\vec{r}_n - \vec{r}_e|} j_n(\vec{r}_n) d\vec{r}_n d\vec{r}_e, \quad (3.6)$$

wobei $\vec{r}_e$ die Koordinaten des Elektrons und $\vec{r}_n$ die Kernkoordinaten bezeichnet. Da der Überlapp zwischen Kern- und Elektronenwellenfunktion in guter Näherung vernachlässigt werden kann, separiert Gl.(3.6) in 2 Einfachintegrale. Verwendet man für die Elektronen ebene Wellen statt Coulombwellen (Bornsche Näherung, $Z = 0$) und zerlegt das retardierte Potential nach Multipolen, so läßt sich das Matrixelement $\langle f | M | i \rangle$ analytisch angeben⁷¹⁾. Dividiert man noch entsprechend der Definitionsgleichung (3.5) durch die γ - Emissionsrate, so erhält man den Koeffizienten für innere Paarbildung. Unter den erwähnten Näherungen hängt β nur noch von der Multipolarität l und der Übergangsenergie ω ab. Da die Coulombkraft hauptsächlich die nuklearen Quadrupolfreiheitsgrade anregt, geben wir hier nur die Formel für E2- Übergänge an (wir verwenden die

Notation $\hbar = m_e = c = 1$):

$$\frac{d\beta_{E2}}{dE_+} = \frac{\alpha}{\pi\omega^5} \left\{ \omega^2 (E_+^2 + E_-^2 - 2) \ln \frac{1 + E_+ E_- + p_+ p_-}{\omega} + \frac{8}{3} p_+ p_- (E_+ E_- - 1) \right\} \quad (3.7)$$

$$p_{\pm} = (E_{\pm}^2 - 1)^{1/2}, \quad E_- = \omega - E_+.$$

Der totale Paarbildungskoeffizient β kann nicht analytisch, sondern nur durch numerische Integration der Gl. (3.7) innerhalb der Grenzen $1 \leq E_+ \leq \omega - 1$ erhalten werden.

In Fig. 13 ist als Beispiel das differentielle Positronenspektrum $d\beta/dE_+^{\text{kin}}$ für den $\omega = 4.086$ MeV E2-Übergang bzw. den $\omega = 2.615$ MeV E3-Übergang im Kern $^{208}_{82}\text{Pb}$ dargestellt¹¹⁾. Die symmetrische Verteilung ist eine Folge der Bornschen Näherung und nur für Kerne mit geringer Ladungszahl Z realistisch. Die totale Erzeugungsrate dagegen wird durch den Koeffizienten $\beta(Z=0)$ gut wiedergegeben⁷²⁻⁷⁶⁾ und stimmt selbst für $Z=84$ auf 20 % mit den experimentellen Daten überein. In schweren Kernen nimmt die Zahl der hochenergetischen Positronen aufgrund der Coulombabstoßung drastisch zu. Man kann dies phänomenologisch berücksichtigen, indem man Gl.(3.7) mit einem Korrekturfaktor F multipliziert, der von der Normierung der Coulombwellen herrührt und die verschiedene Verteilung von Elektronen und Positronen am Kernort wiedergibt⁷⁵⁾

$$F = \frac{4\pi^2(Z\alpha)^2/(p_+ p_-)}{[\exp(2\pi Z\alpha/p_+) - 1][1 - \exp(-2\pi Z\alpha/p_-)]} \quad (3.8)$$

Anschließend wird das Spektrum auf den totalen Wert, der sich in Bornscher Näherung ergibt, normiert. Fig. 13 zeigt, daß die Positronenrate nunmehr monoton mit der kinetischen Energie E_+^{kin} wächst und bei der Maximalenergie $(E_+^{\text{kin}})_{\text{max}} = \Delta E - 2m_e c^2$ abbricht.

Wie realistisch diese Verteilung und das abrupte Abbrechen des Positronenspektrums ist, kann erst beurteilt werden, wenn die exakte Berechnung mit Diracschen Kontinuumswellenfunktionen⁷⁷⁾ abgeschlossen ist.

3.3 Wirkungsquerschnitte für Photonemission und innere Paarerzeugung

Die Wahrscheinlichkeit für innere Paarerzeugung $W^{e^+e^-}$ als Folge der Coulombanregung beim Kernübergang $n \rightarrow m$ setzt sich aus der Anregungswahrscheinlichkeit P_n^{exc} des Anfangsniveaus und der Wahrscheinlichkeit $P^{e^+e^-}(n \rightarrow m)$ zusammen, daß das **angeregte** Niveau n unter Paarbildung in das Niveau m zerfällt

$$W^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = P_n^{\text{exc}} P^{e^+e^-}(n \rightarrow m). \quad (3.9)$$

Wir weisen darauf hin, daß P_n^{exc} i.a. nicht (!) mit der Coulombanregungswahrscheinlichkeit des betreffenden Zustandes übereinstimmt, da das Niveau n zusätzlich durch γ -Kaskaden bzw. Kaskaden von Konversionselektronen bevölkert werden kann (s.u.).

Nun ist

$$P^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = \frac{T^{e^+e^-}(n \rightarrow m)}{\sum_k [T^{\gamma}(n \rightarrow k) + T^{e^-}(n \rightarrow k) + T^{e^+e^-}(n \rightarrow k)]}, \quad (3.10)$$

wobei T^{γ} , T^{e^-} und $T^{e^+e^-}$ die Übergangsraten für γ - Zerfall, innere Konversion und innere Paarbildung sind. Da stets $T^{e^+e^-} \approx 10^{-4} T^{\gamma}$, kann man im Nenner $T^{e^+e^-}$ vernachlässigen. Wir erweitern Gl.(3.10) mit $T^{\gamma}(n \rightarrow m)$ und erhalten

$$P^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = \frac{T^{e^+e^-}(n \rightarrow m)}{T^{\gamma}(n \rightarrow m)} \frac{T^{\gamma}(n \rightarrow m)}{\sum_k [T^{\gamma}(n \rightarrow k) \{1 + \alpha(n \rightarrow k)\}]}, \quad (3.11)$$

wobei wir noch die Definitionsgleichung (3.3) des Konversionskoeffizienten α verwendet haben. Benutzt man noch Gl.(3.5), so läßt sich $P^{e^+e^-}$ in der Form

$$P^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = \beta(n \rightarrow m) P^{\gamma}(n \rightarrow m) \quad (3.12)$$

schreiben; dabei ist die γ - Zerfallswahrscheinlichkeit P^{γ} des angeregten Niveaus n in das Endniveau m definiert durch

$$P^{\gamma}(n \rightarrow m) = \frac{T^{\gamma}(n \rightarrow m)}{\sum_k [T^{\gamma}(n \rightarrow k) \{1 + \alpha(n \rightarrow k)\}]} \quad (3.13)$$

Durch Einsetzen von Gl.(3.12) in Gl.(3.9) folgt

$$W^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = P_n^{\text{ex}} P^{\gamma}(n \rightarrow m) \beta(n \rightarrow m). \quad (3.14a)$$

Das Produkt aus Anregungs- und γ - Zerfallswahrscheinlichkeit in (3.14a) stellt gerade die Wahrscheinlichkeit für Photonemission W^{γ} dar. Man kann deshalb auch schreiben

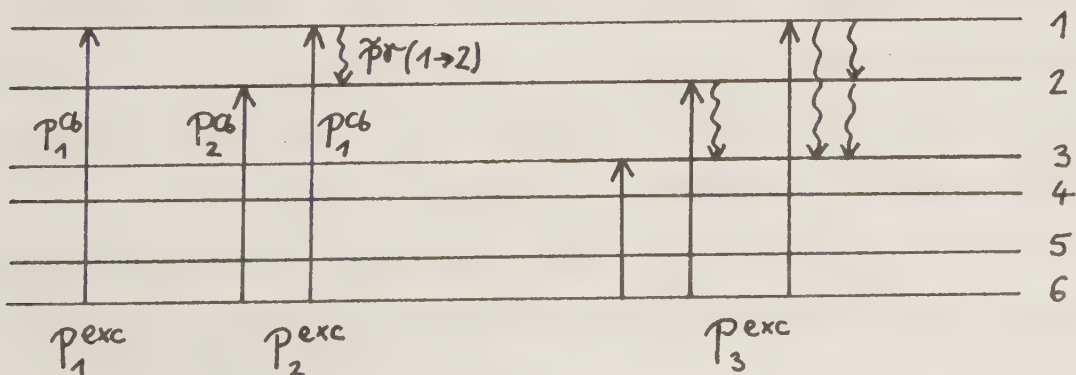
$$W^{e^+e^-}(n \rightarrow m) = W^{\gamma}(n \rightarrow m) \beta(n \rightarrow m). \quad (3.14b)$$

Der letzte Ausdruck besagt, daß sich durch Multiplikation der γ - Intensität mit dem jeweiligen Koeffizienten für innere Paarbildung die e^+e^- Erzeugungswahrscheinlichkeit ergibt. Differenziert man (3.14a) nach der Energie E_+ , so erhält man die Wahrscheinlichkeit, Positronen im Energieintervall $[E_+, E_+ + dE_+]$ zu finden

$$\frac{dW^{e^+e^-}(n \rightarrow m)}{dE_+} = P_n^{\text{exc}} P^r(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+} \quad (3.15)$$

Die Größe P^r kann leicht aus den reduzierten Multipolmatrixelementen $\langle I_m \| M(E1) \| I_n \rangle$, die bereits in den Coulombanregungsprozeß eingehen, und den Koeffizienten für innere Konversion berechnet werden. Ein expliziter Ausdruck für den differentiellen Paarbildungskoeffizienten wurde bereits in Gl.(3.7) angegeben. Zur Bestimmung von $W^{e^+e^-}$ benötigen wir noch die Anregungswahrscheinlichkeit P_n^{exc} des zerfallenden Niveaus n zum Zeitpunkt der Paarbildung. Diese setzt sich aus der direkten Coulombanregungswahrscheinlichkeit P_n^{Cb} und der zusätzlichen Populierung durch γ - bzw. e^- - Kaskaden höherliegender Zustände zusammen.

Für die Berechnung ordnet man die Energieniveaus zweckmäßigerweise in energetischer Reihenfolge und numeriert sie, bei der höchsten Energie beginnend, durch.



Aus der Abbildung auf der vorigen Seite kann man die Anregungswahrscheinlichkeiten P_n^{exc} direkt ablesen:

$$\begin{aligned}
 P_1^{\text{exc}} &= P_1^{\text{Cb}} \\
 P_2^{\text{exc}} &= P_2^{\text{Cb}} + P_1^{\text{Cb}} \tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow 2) = P_2^{\text{Cb}} + P_1^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow 2) \\
 P_3^{\text{exc}} &= P_3^{\text{Cb}} + P_2^{\text{Cb}} \tilde{P}^{\gamma}(2 \rightarrow 3) + P_1^{\text{Cb}} [\tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow 3) + \tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow 2) \tilde{P}^{\gamma}(2 \rightarrow 3)] = \\
 &= P_3^{\text{Cb}} + P_2^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(2 \rightarrow 3) + P_1^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow 3) \\
 &\dots \\
 P_n^{\text{exc}} &= P_n^{\text{Cb}} + P_{n-1}^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(n-1 \rightarrow n) + P_{n-2}^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(n-2 \rightarrow n) + \dots \\
 &\quad + P_1^{\text{exc}} \tilde{P}^{\gamma}(1 \rightarrow n) .
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Das allgemeine Schema ist nun klar und läßt sich numerisch leicht handhaben. Wegen der in $\tilde{P}^{\gamma}$ enthaltenen Spin- und Paritätsauswahlregeln trägt nur ein Teil der Niveaus zur γ -Kaskade bei. Wir weisen darauf hin, daß sich

$$\tilde{P}^{\gamma}(n \rightarrow m) = \frac{T^{\gamma}(n \rightarrow m) [1 + \alpha(n \rightarrow m)]}{\sum_k [T^{\gamma}(n \rightarrow k) \{1 + \alpha(n \rightarrow k)\}]} \tag{3.17}$$

von P^{γ} in Gl.(3.13) durch den Faktor $(1 + \alpha)$ im Zähler unterscheidet, da die Anregungswahrscheinlichkeit auch durch Konversionselektronen statt Photonen erhöht werden kann. Im Prinzip hat man auch noch den Paarbildungskoeffizienten β zu berücksichtigen, aber dieser Beitrag ist vernachlässigbar.

Um ein Gefühl für die Vergrößerung der Wahrscheinlichkeit P_n^{Cb} aufgrund der Kaskaden zu bekommen, betrachten wir ein konkretes Beispiel: das 20^+_{gs} - Niveau in ^{238}U . Aus Fig.5 entnimmt man, daß die Zustände 22^+ , 20^+ und 18^+ der β -

Bande sowie die Mitglieder 22^+ , 21^+ , 20^+ , 19^+ und 18^+ der γ -Bande in das 20^+ Niveau der Grundzustands-Rotationsbande zerfallen können. Im $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ Stoß bei einer Energie $E_{\text{lab}} = 1095 \text{ MeV}$ und einem Streuwinkel $\vartheta_{\text{lab}} = 90^\circ$ erhöht sich hierdurch die Anregungswahrscheinlichkeit gegenüber $P_{20^+\text{gs}}^{\text{Cb}}$ um 53%. Selbstverständlich ist die relative Änderung für tieferliegende Niveaus noch größer.

Wir haben die Ausdrücke (3.16) auf recht anschauliche Weise abgeleitet. Der Vollständigkeit halber sei betont, daß man zum gleichen Ergebnis gelangt, wenn man von der in Ref.24, S. 310ff. angegebenen Formel für die γ -Winkelverteilung

$$\frac{dW^{\gamma}(n \rightarrow m)}{d\Omega_{\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{k,k} A_{kk}(n) F_k(I_m, I_n) Y_{kk}(\vartheta_{\gamma}, \varphi_{\gamma}) \quad (3.18)$$

ausgeht. Bei der Integration über den Raumwinkel bleibt wegen der Orthonormalität der Kugelfunktionen nur noch die $k = 0$ Komponente übrig

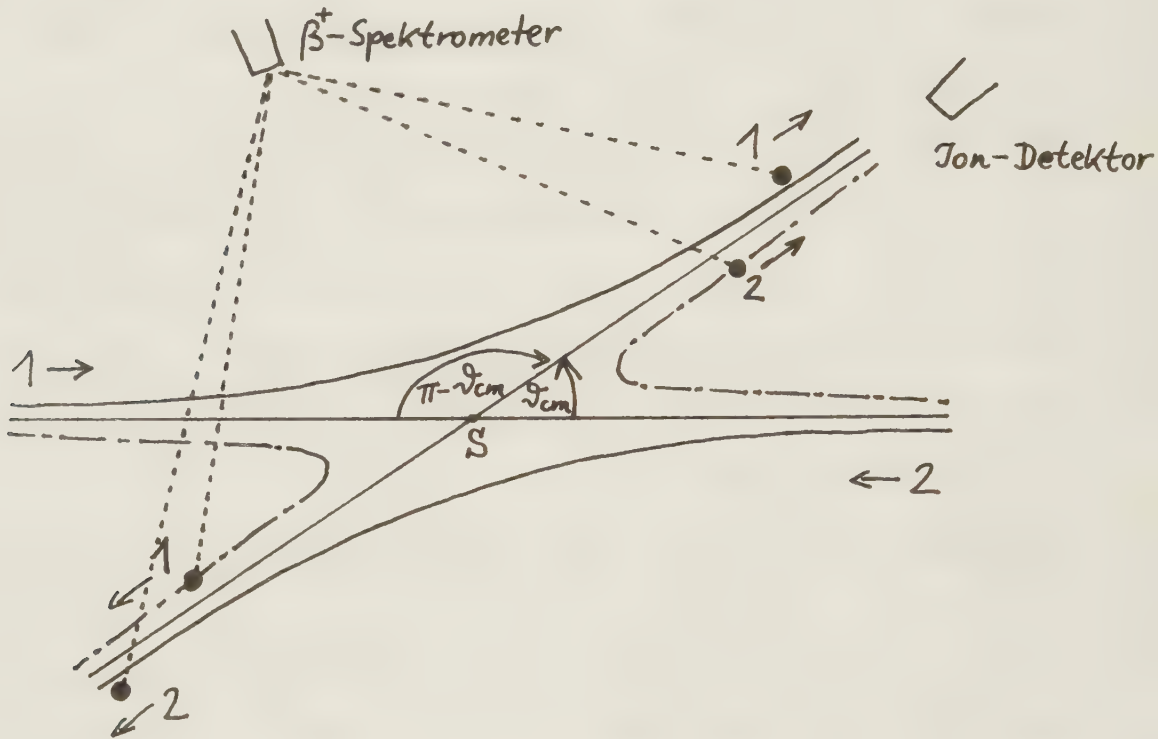
$$W^{\gamma}(n \rightarrow m) = A_{00}(n) F_0(I_m, I_n). \quad (3.19)$$

Durch eine längere Rechnung kann man zeigen, daß $A_{00}(n)$ mit P_n^{exc} und $F_0(I_m, I_n)$ mit $P^{\gamma}(n \rightarrow m)$ identisch ist (vgl. hierzu (3.14)).

Wir weisen noch darauf hin, daß bei der e^+e^- Paarbildung lediglich die Coulombanregungs- Wahrscheinlichkeiten P_n^{Cb} , nicht aber die Amplituden a_n^{Cb} eingehen. Das liegt daran, daß Gl.(3.14b) von der totalen γ - Intensität W^{γ} abhängt, jedoch nicht von der γ - Winkelverteilung. Während $dW^{\gamma}/d\Omega_{\gamma}$ über die Tensoren A_{kk} auch Interferenzterme der einzelnen Amplituden enthält, wird der in W^{γ} auftretende Tensor A_{00}

allein von den Betragsquadraten $|a_n^{Cb}|^2 = P_n^{Cb}$ bestimmt.

Wir kommen jetzt zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte für innere Paarbildung durch nukleare Coulombanregung.



Im Ion-Detektor werde das unter dem Winkel θ_{cm} gestreute Projektil (1) nachgewiesen. Ein β^+ -Spektrometer mißt in Koinzidenz hierzu die von beiden Kernen nach der Coulombanregung emittierten Positronen. Im Schwerpunktsystem werden die Kerne unter dem gleichen Winkel θ_{cm} bezüglich ihrer Flugrichtung gestreut. Der doppelt-differentielle Paarerzeugungsquerschnitt - bezüglich Positronenergie und Ion-Raumwinkel - setzt sich aus der e^+e^- Emissionswahrscheinlichkeit und dem Streuquerschnitt zusammen¹⁰⁻¹²⁾

$$\frac{d^2 \sigma_{cb}^{e^+e^-}(E_+, \theta_{cm})}{dE_+ d\Omega_{cm}} = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \frac{dW^{e^+e^-}(n \rightarrow m)}{dE_+} \frac{d\sigma^{scatt}}{d\Omega_{cm}} \quad (3.20)$$

Dabei ist $d\sigma^{scatt}$ in guter Näherung gleich dem Ruther-

fordquerschnitt. Mögliche Störeffekte wie z.B. Energie- und Drehimpulsübertragung auf die Kerne durch Coulombanregung oder eine Änderung der klassischen Trajektorie durch die Kerndeformation wurden bereits im Abschnitt 2.1 diskutiert. Wie Schäfer et al.⁷⁸⁻⁸⁰⁾ gezeigt haben, übt auch die Elektronenhülle einen gewissen Einfluß aus: die molekulare Bindung der kurzzeitig während des Schwerionenstoßes gebildeten elektronischen Quasimoleküle sowie die Vakuumpolarisation verändern $d\sigma^{\text{Ruth}}$ bei Vorwärtsstreuungswinkeln. Im U - U Stoß nahe der Coulombbarriere beträgt die Änderung im Mittel 1.5%. Da diese Korrektur weit geringer ist als Unsicherheiten, die aufgrund der Kernstruktur (Energieniveaus, Multipolmatrixelemente) zu erwarten sind, wird sie im folgenden vernachlässigt.

Wir benutzen jetzt unser Resultat (3.15) und erhalten

$$\frac{d^2 \sigma_{cb}^{e^+e^-}(E_+, \vartheta_{cm})}{dE_+ d\Omega_{cm}} = \sum_{1,2} \sum_{n,m} p_n^{\text{exc}}(\vartheta_{cm}) P^{\gamma}(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+} \times \frac{d\sigma^{\text{scatt}}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} \quad (3.21)$$

Definiert man noch den Anregungsquerschnitt des Zustandes n unter Berücksichtigung von direkter Coulombanregung, γ - und e^- - Kaskaden als

$$\frac{d\sigma_n^{\text{exc}}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} = p_n^{\text{exc}}(\vartheta_{cm}) \frac{d\sigma^{\text{scatt}}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}}, \quad (3.22)$$

so kann man Gl.(3.21) auch in der Form

$$\frac{d^2 \sigma_{cb}^{e+e-}(E_+, \vartheta_{cm})}{dE_+ d\Omega_{cm}} = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \frac{d\sigma_n^{exc}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} p^r(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+} \quad (3.23)$$

schreiben. Als Spezialfall ergibt sich aus Gl.(3.23) der einfach- differentielle Querschnitt bezüglich des Ion- Raumwinkels nach Integration über die Positronenergie E_+

$$\frac{d\sigma_{cb}^{e+e-}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \frac{d\sigma_n^{exc}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} p^r(n \rightarrow m) \beta(n \rightarrow m). \quad (3.24)$$

Entsprechend erhält man durch Raumwinkelintegration in Gl.(3.23) das Energiespektrum der Positronen

$$\frac{d\sigma_{cb}^{e+e-}(E_+)}{dE_+} = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \sigma_n^{exc} p^r(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+}. \quad (3.25)$$

Die bisher abgeleiteten Formeln gelten für den Fall, daß Projektil- und Targetkern unterscheidbar sind. Für identische Systeme hat man die obigen Ausdrücke zu symmetrisieren (Streumöglichkeit unter dem Ionwinkel $(\pi - \vartheta_{cm})$, vgl. die schematische Zeichnung auf S.52)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{cb, sym}^{e+e-}(E_+, \vartheta_{cm})}{dE_+ d\Omega_{cm}} &= 2 \sum_{n,m} \left[\frac{d\sigma_n^{exc}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} + \frac{d\sigma_n^{exc}(\pi - \vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} \right] \times \\ &\times p^r(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Daraus resultiert die Winkelverteilung

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{cb, sym}^{e+e-}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} &= 2 \sum_{n,m} \left[\frac{d\sigma_n^{exc}(\vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} + \frac{d\sigma_n^{exc}(\pi - \vartheta_{cm})}{d\Omega_{cm}} \right] \times \\ &\times p^r(n \rightarrow m) \beta(n \rightarrow m). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Bei der Integration über den Ion- Raumwinkel in (3.26) hat

man zu beachten, daß bei identischen Systemen

$$\sigma_{sym} = \frac{1}{2} \int \frac{d\sigma_{sym}}{d\Omega} d\Omega \quad (3.28)$$

gilt, da man sonst gleiche Ereignisse doppelt zählen würde (vgl. Ref.81, S. 605). Für das Energiespektrum der Positronen ergibt sich somit

$$\frac{d\sigma_{cb,sym}^{e^+e^-}(E_+)}{dE_+} = \sum_{n,m} 2 \sigma_n^{exc} Pr(n \rightarrow m) \frac{d\beta(n \rightarrow m)}{dE_+} \quad (3.29)$$

Die Symmetrisierung der obigen Querschnitte wurde klassisch durchgeführt, da wir voraussetzungsgemäß nur sehr schwere Ionen betrachten. In der Quantenmechanik erhält man einen zusätzlichen Interferenzterm, der Oszillationen in der Winkelverteilung verursacht. Die Oszillationsfrequenz hängt mit dem Sommerfeldparameter η zusammen. Für $\eta \gg 1$ (bei U - U ist $\eta \approx 600$) ist ihre Frequenz so hoch, daß sich die Oszillationen, über einen kleinen Winkelbereich integriert, herausmitteln⁸²⁾. Man erhält also den klassischen Grenzfall.

Die Formeln (3.24) bzw. (3.27) enthalten ebenfalls das Photonspektrum als Funktion des Ion- Streuwinkels. Man hat lediglich $\beta(n \rightarrow m) \equiv 1$ zu setzen. Der totale Photonquerschnitt ist damit

$$\sigma_{cb}^r = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \sigma_{cb}^r(n \rightarrow m) = \sum_{1,2} \sum_{n,m} \sigma_n^{exc} Pr(n \rightarrow m). \quad (3.30)$$

Ganz analog zur Paarbildung verläuft auch die Berechnung der Wirkungsquerschnitte für innere Konversion induziert durch nukleare Coulombanregung. In diesem Fall ist der Paarbildungskoeffizient β durch die inneren Konversionskoeffizienten $\alpha_K, \alpha_L, \alpha_{M_1} \dots$ zu ersetzen.

3.4 Einige Bemerkungen zur Theorie der QED- Positronen

Der experimentelle Nachweis der Positronerzeugung in überkritischen elektrischen Feldern wird durch eine Reihe von Untergrundprozessen erschwert. Den dominanten Anteil stellt die in dieser Arbeit diskutierte innere e^+e^- Paarbildung als Folge der nuklearen Coulombanregung dar. Daneben gibt es die äußere e^+e^- Erzeugung durch γ - Strahlen bzw. Elektronen, die in nuklearen Prozessen (z.B. Coulombanregung, Transferreaktionen) gebildet werden und im Targetmaterial Paarproduktion hervorrufen. Diese Sekundärprozesse können jedoch experimentell abgetrennt werden, indem man die Querschnitte als Funktion der Targetdicke d mißt; es gilt nämlich $\sigma_{\text{extern}}^{e^+e^-} \sim d^2$ (Ref.83).

Ein weiterer Untergrund entsteht durch die innere e^+e^- Konversion von Kern- Kern- Bremsstrahlungsphotonen mit $E_\gamma > 2m_e c^2$. Dieser Prozeß wurde von Reinhardt et al.⁸⁴⁾ unter Verwendung der Wellenfunktionen der Einzelkerne berechnet. Im U - U Stoß bei einer Einschußenergie nahe der Coulombbarriere erhält man $\sigma_{\text{brems}}^{e^+e^-} = 5.8 \cdot 10^{-8}$ b. Dieser totale Querschnitt ist um etwa vier Größenordnungen geringer als $\sigma_{\text{QED}}^{e^+e^-}$ und kann deshalb vernachlässigt werden.

Das Hauptziel der Experimente, die gegenwärtig bei der GSI in Darmstadt durchgeführt werden, ist der Nachweis des Eintauchens der quasimolekularen K- Schale in das negative Energiekontinuum (Diracsee) während des Stoßes zweier sehr schwerer Ionen. Nach den theoretischen Vor-

hersagen ¹⁻⁸⁾ tritt dieser Tauchprozeß ein, sobald die Gesamtladung $Z_t = Z_1 + Z_2$ den kritischen Wert $Z_{cr} = 173$ übersteigt ⁸⁵⁾; er sollte daher in einer U - U Kollision ($Z_t=184$) beobachtbar sein. Wegen des Pauliprinzips hat man 2 Fälle zu unterscheiden: Ist die K- Schale während des Eintauchens vollständig besetzt, so ändert sich nichts Wesentliches; durch die Konfigurationsmischung mit den Kontinuumszuständen erhält das $1s_{1/2}$ Niveau eine gewisse Breite und verteilt sich als Resonanz über das untere Kontinuum. Die Ladungsverteilung des Elektrons bleibt lokalisiert. Ist hingegen die K- Schale ganz oder teilweise unbesetzt, so tritt ein neues Phänomen der QED starker Felder in Erscheinung: es entsteht spontan ein geladenes Elektron- Positron- Vakuum.

Das ist folgendermaßen zu erklären: In Diracs Löchertheorie liegt die Fermikante bei $E_F = -m_e c^2$, d.h. im Grundzustand des Systems sind alle Niveaus unterhalb E_F vollständig mit Elektronen besetzt. Dieser Diracsee repräsentiert in der QED den Vakuumzustand. Löcher werden als Antiteilchen interpretiert. Daraus folgt die Neutralität des e^+e^- Vakuums in schwachen elektromagnetischen Feldern; die unendlich große negative Ladung der Elektronenzustände mit $E < E_F$ wird durch die entsprechende positive Ladung der Lochzustände (Positronen) mit $E > E_F$ kompensiert. Der Vakuumerwartungswert des Viererstromoperators verschwindet, $\langle 0 | j_\mu | 0 \rangle = 0$.

Taucht nun aber ein unbesetzter Zustand in das negative Energiekontinuum ein, so wird dieser spontan (d.h. ohne

Energieaufwand) durch ein Elektron des Diracsees besetzt. Das dabei entstehende Loch im unteren Kontinuum wird als freies Positron emittiert. Dieser Vorgang führt zu einer Revision der üblichen Vorstellungen vom Vakuum als ein Raumgebiet, in dem keine reellen Teilchen vorhanden sind. In überkritischen Feldern läßt sich diese physikalische Situation gar nicht realisieren, der Raum enthält stets reelle Teilchen! Das Vakuum muß daher allgemeiner definiert werden als der energetisch tiefste, stabile Grundzustand des Systems. In diesem Sinne kann man beim Eintauchen der $1s_{1/2}$ Schale von einem Zerfall des neutralen Vakuums in ein geladenes Vakuum sprechen; wegen der beiden möglichen Spinorientierungen des Elektrons beträgt die Ladung $Q_{\text{vak}} = -2e$.

In einer vollständig adiabatischen Schwerionenstreuung ist der spontane Vakuumzerfall der einzige Prozeß, der zur Positronenemission führt. In diesem Fall ist die theoretische Beschreibung besonders einfach. Sie ist formal äquivalent zur Autoionisation angeregter Zustände in der Atom- bzw. Kernphysik, wo ein quasigebundener Zustand in ein Kontinuum eingebettet ist und infolge der Restwechselwirkung mit dem Kontinuum zerfällt. Die ersten Rechnungen²⁻⁵⁾ wurden unter Benutzung des von Fano⁸⁶⁾ entwickelten Formalismus durchgeführt. In statischer Näherung wurde angenommen, daß die K- Locherzeugungswahrscheinlichkeit L_0 während des Eintauchvorgangs konstant bleibt. Nach Peitz et al.⁵⁾ ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Relativabstand R der Kerne ein Positron der

Energie E zu emittieren, durch die Breite $\Gamma(R)$ des quasi-stationären Zustands gegeben

$$P(R, E) = \Gamma(R) |a(E, R)|^2 = \Gamma(R) \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma(R)}{[E - (E_0 + \Delta E(R))]^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2(R)}. \quad (3.31)$$

Die Größe $|a(E, R)|^2$ zeigt die Form einer Breit-Wigner-Verteilung. Der doppelt-differentielle Paarerzeugungsquerschnitt ergibt sich hieraus durch Multiplikation mit dem Streuquerschnitt und der Lochwahrscheinlichkeit L_0

$$\frac{d^2 \sigma_{\text{spont.}}^{e+e-}}{dE d\Omega_{\text{cm}}} = \frac{d\sigma^{\text{scatt}}}{d\Omega_{\text{cm}}} L_0 \int_{-t_{\text{cr}}}^{+t_{\text{cr}}} P(R(t), E) dt, \quad (3.32)$$

wobei $R(t)$ die klassische Bahnkurve (Rutherfordhyperbel) darstellt. Die Breite $\Gamma(R)$ und die Energieverschiebung $\Delta E(R)$ läßt sich in Monopolnäherung berechnen. Man findet sehr geringe totale Querschnitte, $\sigma_{\text{spont.}}^{e+e-} \approx 10^{-5}$ b für $U - U$. Die Energieverteilung der Positronen weist ein scharfes Maximum auf, und zwar bei der Energie, die zum tiefsten Eintauchpunkt gehört.

Durch die Dynamik des Schwerionenstoßes werden die quasi-statischen Resultate erheblich modifiziert (siehe hierzu die Abbildung auf S. 1): Die Locherzeugung, Prozeß a und b, hervorgerufen durch elektronische Coulombanregung bzw. Ionisation, bleibt während der Kollision nicht konstant, sondern ändert sich drastisch als Funktion der Zeit - ähnlich wie bei der nuklearen Coulombanregung, Fig. 6. Locherzeugung und Paarproduktion dürfen also nicht unabhängig voneinander behandelt werden. Weiterhin können durch Entnahme von Energie aus der Relativbewegung elek-

tronische Übergänge in die leere K- Schale vor, während und nach dem Eintauchen stattfinden (Prozeß d, "induzierter Vakuumzerfall") bzw. e^+e^- Paare durch direkten Übergang des Elektrons vom unteren ins obere Kontinuum erzeugt werden (Prozeß f, "direkte Paarerzeugung").

An dieser Stelle gehen wir nicht weiter auf die Berechnung des induzierten Vakuumzerfalls durch Smith et al.⁷⁾ ein, in der noch eine konstante K- Locherzeugungswahrscheinlichkeit $L_0 = 10^{-2}$ angenommen wird; vergleiche hierzu die Übersichtsartikel Ref.87-92. Wir folgen stattdessen den neusten dynamischen Rechnungen, die zur Zeit von Reinhardt^{93,118)} durchgeführt werden. Man geht dabei von den stationären Lösungen der Zweizentren-Diracgleichung⁹⁴⁻⁹⁶⁾ aus

$$H_{TC} \varphi_n(\vec{r}, \vec{R}) = E_n(\vec{R}) \varphi_n(\vec{r}, \vec{R}) \quad (3.33)$$

mit

$$H_{TC}(\vec{r}, \vec{R}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_e + V_1(|\vec{r} - \frac{\vec{R}}{2}|) + V_2(|\vec{r} + \frac{\vec{R}}{2}|) \quad (3.34)$$

Darin ist $\vec{R}$ der Abstandsvektor zwischen den Kernen. V_1 und V_2 beschreibt die Wechselwirkung des Elektrons mit den beiden Coulombzentren.

Beschreibt man die Relativbewegung der Ionen klassisch, $\vec{R} = \vec{R}(t)$, so ist der Zustandsvektor $\psi(t)$ durch die zeitabhängige Diracgleichung gegeben

$$H_{TC}(\vec{r}, \vec{R}(t)) \psi(\vec{r}, t) = i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t). \quad (3.35)$$

$\psi(\vec{r}, t)$ läßt sich nach der vollständigen Basis (3.33) entwickeln. In der Besetzungszahldarstellung wird die Rech-

nung besonders übersichtlich

$$\psi(\vec{r}_i, t) = a_0(t) |F\rangle + \sum_{i \notin F} \sum_{j \in F} a_{ij}(t) b_i^\dagger d_j^\dagger |F\rangle + \dots \quad (3.36)$$

Dabei besteht der Grundzustand $|F\rangle$ des Systems aus dem negativen Energiekontinuum und den (bis zur Fermikante vollständig besetzten) gebundenen Niveaus. Von diesem Grundzustand aus können dann 1 Teilchen - 1 Loch, 2 Teilchen - 2 Loch-Zustände usw. angeregt werden. $b_i^\dagger$ und $d_j^\dagger$ bezeichnen Erzeugungsoperatoren für Elektronen oberhalb bzw. Löcher unterhalb der Fermikante. Setzt man die Entwicklung (3.36) in die zeitabhängige Diracgleichung ein, so kann daraus ein gekoppeltes DG- System für die Anregungsamplituden abgeleitet werden⁹⁷⁾

$$\begin{aligned} \dot{a}_{ij}(t) = & -a_0(t) \langle i | \frac{\partial}{\partial t} | j \rangle \exp\left[i \int_0^t dt' (E_i - E_j)\right] \\ & - \sum_{k \in F} a_{ik}(t) \langle k | \frac{\partial}{\partial t} | j \rangle \exp\left[i \int_0^t dt' (E_k - E_j)\right] \\ & - \sum_{k \notin F} a_{kj}(t) \langle i | \frac{\partial}{\partial t} | k \rangle \exp\left[i \int_0^t dt' (E_i - E_k)\right]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

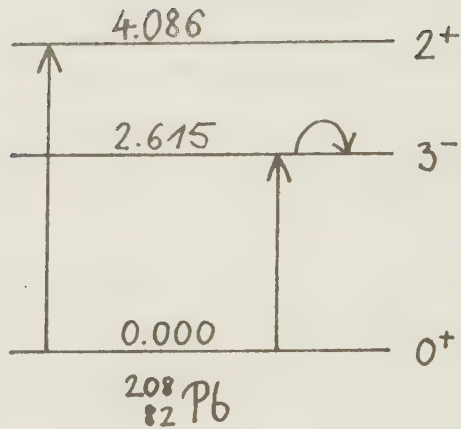
Der erste Term in dieser Gleichung beschreibt Einstufenprozesse wie die oben besprochene Ionisation und die direkte Paarerzeugung. Der zweite und dritte Summand enthält Zweistufenprozesse wie den induzierten Vakuumzerfall, wo zunächst ein Loch in der K- Schale erzeugt und danach durch ein Elektron aus dem unteren Kontinuum wieder besetzt wird. Die spontane Paarerzeugung wird zwar auch formal durch Gl.(3.37) erfaßt, jedoch sind für praktische Rechnungen noch weitere Untersuchungen notwendig⁹³⁾.

Wir erwähnen noch, daß die direkte Paarerzeugung eine starke Abhängigkeit von der Ladungszahl ($\sim Z^{18}$) zeigt. Das bedeutet, daß es sich um einen kollektiven Effekt bezüglich der Zahl der daran beteiligten Photonen handelt. Anschaulich kann man sich die direkte Paarbildung so vorstellen^{9,98)}: die hohe Gesamtladung Z_1+Z_2 des Systems erzeugt eine starke Vakuumpolarisations- Ladungswolke, die durch die Dynamik in reelle e^+e^- Paare aufgebrochen wird. Daher bezeichnet man diesen Prozeß auch als Abschütteln der Vakuumpolarisation ("Shake-off").

3.5 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit experimentellen Daten

a) Das System $^{208}_{82}\text{Pb} - ^{208}_{82}\text{Pb}$

Für die Untersuchung der Positronenerzeugung in einem gerade noch unterkritischen System ($Z_t = 164$) ist die Projektil- Target- Kombination $^{208}_{82}\text{Pb} - ^{208}_{82}\text{Pb}$ geradezu ideal. Da hier der induzierte Vakuumzerfall nur einen verhältnismäßig geringen Beitrag liefern sollte, kann der Shake-off separat studiert werden. Auch eignet sich das System hervorragend als Test für die Berechnung des nuklearen Untergrundes: $^{208}_{82}\text{Pb}$ ist ein doppelt magischer Kern; sein erster angeregter Zustand, ein 3^- Oktupolvibrationsniveau, liegt deshalb energetisch sehr hoch (2.615 MeV). Da die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit $\text{BE}3(0^+ \rightarrow 3^-) = 0.665 \pm 0.035 \text{ e}^2 \text{b}^3$ (Ref.99) ungefähr 30 Weißkopfeinheiten entspricht, erwartet man eine meßbare $\text{E}3$ - Coulombanregung. Der nächsthöhere Zustand mit deutlich kollektivem Charakter ist das 2^+ (4.086 MeV) Niveau mit $\text{BE}2(0^+ \rightarrow 2^+) = 0.30 \pm 0.02 \text{ e}^2 \text{b}^2$ (≈ 8 Weißkopfeinheiten)⁹⁹⁾. Aus dem vorhandenen Datenmaterial über den Kern $^{208}_{82}\text{Pb}$ läßt sich abschätzen, daß die Coulombanregung noch höherer Niveaus, insbesondere die virtuelle Anregung der Riesenresonanzen, in guter Näherung vernachlässigt werden kann. $^{208}_{82}\text{Pb} - ^{208}_{82}\text{Pb}$ dürfte damit das einzige Schwerionensystem sein, bei dem durch die elektromagnetische Anregung im wesentlichen nur zwei Niveaus erfaßt werden.



Hinzu kommt, daß die Größenordnung der Coulombanregungsquerschnitte $d\sigma_n^{\text{Cb}}/d\Omega_{\text{cm}}$ sogar störungstheoretisch gut wiedergegeben wird. Das ist aus Fig.14 ersichtlich, wo die Anregung des 3^- Niveaus in erster Ordnung Störungstheorie (gestrichelte Kurve a) und in einer gekoppelten Kanalrechnung (nur 0^+ gs und 3^- Zustand, Kurve b) berechnet wurde. Um die Interpretation der Ergebnisse zu erleichtern, wurden die Winkelverteilungen nicht symmetrisiert. Allerdings spielen bei Rückwärtswinkeln auch Effekte höherer Ordnung eine Rolle, die durch das statische Quadrupolmoment $Q(3^-) = -0.42 \pm 0.32$ eb (Ref.99) hervorgerufen werden. Hierzu gehört in erster Linie die Reorientierung. Durch das negative Quadrupolmoment verringert sich die 3^- Coulombanregung bei $\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$ um 50% (Kurve c). Sie sinkt noch etwas weiter ab, wenn man zusätzlich das 2^+ Niveau einkoppelt (Kurve d). Ferner erkennt man aus Fig.14, daß der differentieller Querschnitt $d\sigma_{2^+}^{\text{Cb}}/d\Omega_{\text{cm}}$ in seiner Struktur der Winkelverteilung des 3^- Zustandes sehr ähnelt; der Absolutwert ist jedoch um einen Faktor 50 geringer.

Fig.15 zeigt den differentiellen symmetrisierten Paar-

bildungsquerschnitt als Funktion des Ionstreuwinkels ϑ_{cm} . Aufgetragen ist nur der Anteil der e^+e^- Paare, der von der Coulombanregung des 3^- Niveaus herrührt. Die Winkelverteilung wurde für 4 verschiedene Projektilenergien berechnet. Hier und im folgenden benutzen wir, um die Daten mit anderen Systemen besser vergleichen zu können, statt der Energie E_{cm} den minimalen Abstand $2a$ bei Rückwärtsstreuung im Schwerpunktsystem

$$2a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E_{cm}} \quad (3.38)$$

Durch die Symmetrisierung der Querschnitte bildet sich jeweils bei $\vartheta_{cm} = 90^\circ$ ein Maximum aus. Ansonsten weisen die Kurven in Fig.15 keinerlei besondere Struktur auf. Die Maximalwerte variieren zwischen $0.1 \mu b/sr$ bei $2a = 25$ fm und $10 \mu b/sr$ bei $2a = 17$ fm. Für die QED- Positronen erhält man eine ähnliche Winkelverteilung; die Maxima sind lediglich etwas breiter⁹³⁾. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die Bestimmung der Paarerzeugungsquerschnitte nach Gl.(3.27) im $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$ System dadurch vereinfacht wird, daß γ - und e^- -Kaskaden höherliegender Niveaus in den 3^- bzw. 2^+ Zustand keine Rolle spielen. Für den prinzipiell möglichen Übergang $\langle 3^- || M(E1) || 2^+ \rangle$ beträgt beispielsweise die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit nur $2 \cdot 10^{-3}$ Weißkopfeinheiten (Ref.99). In unserem Fall kann man daher $P_n^{exc} = P_n^{Cb}$ setzen (s. Gl.(3.16)).

Es ist lehrreich, diese Ergebnisse in etwas anderer Form zu analysieren. In Fig.16 haben wir deshalb die Stoßparameterabhängigkeit der Positronerzeugungswahrscheinlichkeit

$P^{e^+}(b)$ aufgetragen. Dies ist jedoch nur möglich, wenn man die unsymmetrisierten Querschnitte verwendet. Im Falle der nuklearen Positronen erreicht die Erzeugungsrate ihren Maximalwert nicht bei $b = 0$, sondern aufgrund des statischen Quadrupolmoments des 3^- Zustandes bei $b = 7.5$ fm. Eingezeichnet sind ferner die QED-Positronen (lang gestrichelt). Der Beitrag vom induzierten Vakuumzerfall und vom Abschütteln der Vakuumpolarisationswolke muß dabei kohärent addiert werden, da beide Prozesse zum gleichen Endzustand führen⁹⁷⁾. Aus den Kurven erkennt man, daß praktisch alle Positronen im Stoßparameterbereich zwischen 0 und 30 fm gebildet werden; im Pb - Pb System verursachen die nuklearen Positronen offenbar nur eine geringe Störung.

Die beiden folgenden Abbildungen geben einen Eindruck von der Zuverlässigkeit der Coulombanregungsrechnungen im $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$ Stoß. Fig.17 zeigt den differentiellen Paarbildungsquerschnitt im Laborsystem bei $\vartheta_{\text{lab}} = 45^\circ$ als Funktion der Projektilenergie (gegeben durch 2a). Der Beitrag vom 3^- bzw. 2^+ Niveau ist getrennt aufgeführt. Diese Werte bei $\vartheta_{\text{Ion}}^{\text{lab}} = 45^\circ$ entsprechen gerade den Maxima im Schwerpunktsystem bei $\vartheta_{\text{cm}} = 90^\circ$ (vgl. Fig.15). Eingezeichnet sind ferner 3 Meßpunkte für die nach Coulombanregung des 3^- Niveaus emittierten Positronen; diese Querschnitte wurden von Backe et al.¹⁰⁰⁾ aus dem gemessenen Photonspektrum unter Zuhilfenahme einer Eichquelle, die ^{208}Pb im angeregten Zustand lieferte, extrahiert. Fig.18 gibt die entsprechenden totalen Paarerzeu-

gungsquerschnitte wieder. Offensichtlich stimmen Theorie und Experiment, was den nuklearen Untergrund anbelangt, hervorragend überein. Dies gilt sowohl für die Winkelverteilung als auch für die totalen Querschnitte.

Die ersten Positronenexperimente bei GSI¹⁰⁰⁻¹⁰²⁾ konzentrierten sich hauptsächlich auf die Messung von totalen Querschnitten. Anregungsfunktionen für mehrere Systeme sind in Fig.19 aufgetragen. Wir diskutieren zunächst nur die Pb - Pb Resultate. Wie zuvor sind die QED- Positronen durch die lang gestrichelte Linie dargestellt, die nuklearen Coulombpositronen (Summe der Querschnitte von 3^- und 2^+ Niveau in Fig.18) durch die kurz gestrichelte Kurve. Besonders auffallend ist die Tatsache, daß weder der atomare noch der nukleare Beitrag allein den gemessenen exponentiellen Abfall von $\sigma^{e^+e^-}$ als Funktion von $2a$ richtig wiedergibt. Erst die Summenkurve weist die richtige Neigung auf (durchgehende Linie). Abgesehen von der direkten Messung des nuklearen Untergrundes (Fig.18) ist dies ein klarer Beweis für die Existenz der QED- Positronen. Die Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie in der absoluten Größenordnung (etwa ein Faktor 2) hat vermutlich mehrere Ursachen: zunächst liegt der Normierungsfehler der experimentellen Daten bei $\pm 30\%$; zweitens wurden bei der Berechnung des induzierten Vakuumzerfalls und Shake-off Prozesses außer den s- und $p_{1/2}$ - Kontinuumszuständen nur die gebundenen Niveaus $1s_{1/2}$ und $2p_{1/2}$ berücksichtigt⁹⁷⁾. Die Einkopplung höherer Zustände wird sowohl die Lochproduktion in den inneren Schalen als

auch den induzierten Positronquerschnitt etwas erhöhen. Die Neigung der Anregungsfunktion dürfte sich dadurch nicht wesentlich ändern.

Am deutlichsten unterscheiden sich die im $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$ Stoß gebildeten atomaren und nuklearen Positronen in ihrer Energieverteilung (Fig.20). Entsprechend dem Verlauf des differentiellen Paarbildungskoeffizienten, Fig. 13, steigt die Erzeugungsrate der Coulombpositronen mit wachsender kinetischer Energie monoton an und endet jeweils bei der Maximalenergie $(E_p^{\text{kin}})_{\text{max}} = \Delta E_{\text{Kern}} - 1022 \text{ keV}$. Dagegen weist die Verteilung der QED- Positronen ein Maximum nahe $E_p^{\text{kin}} = 400 \text{ keV}$ auf, da für die Erzeugung höherenergetischer Positronen die erforderlichen Fourierfrequenzen fehlen. Das Spektrum fällt um eine Größenordnung pro 600 keV ab. Unterhalb von $E_p^{\text{kin}} = 1 \text{ MeV}$ wird die kinetische Energieverteilung durch die induzierte und direkte Paarbildung bestimmt, oberhalb 1 MeV dominieren die durch nukleare Coulombanregung erzeugten Positronen. Dies und die theoretisch erwartete Diskontinuität des Spektrums bei 1600 keV durch das abrupte Aussetzen der 3^- Coulombpositronen sind für den Experimentator klare Unterscheidungsmerkmale. Bisher liegen noch keine Messungen von e^+ -Energiespektren vor.

b) Paarbildung in mittelschweren Vibratorkernen

Um die innere Paarbildung durch nukleare Coulombanregung zu studieren, muß man nicht notwendigerweise sehr schwere Ionen verwenden. Im mittleren Massenbereich $50 \leq A \leq 150$ existiert eine ganze Reihe von Kernen, deren erster angeregter 2^+ Zustand energetisch über der Paarerzeugungsschwelle von $2m_e c^2 \approx 1.022 \text{ MeV}$ liegt. In Tabelle 2 sind einige dieser Kerne mit den entsprechenden Niveaus aufgeführt. Die zugehörigen totalen Paarbildungskoeffizienten β_{E1} findet man in Spalte 5. Ähnlich wie im $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$ System, wo die Anregung des 3^- Zustandes dominiert, ist es hier hauptsächlich das erste 2^+ Niveau, das von der Coulombwechselwirkung erreicht wird.

Fig.21 gibt ein instruktives Beispiel: in der $^{58}\text{Ni} - ^{58}\text{Ni}$ und $^{58}\text{Ni} - ^{60}\text{Ni}$ Kollision steigt der differentielle Anregungsquerschnitt des untersten 2^+ Zustandes auf etwa 40 mb/sr bei $\vartheta_{\text{cm}} = 60^\circ$ an, während die Querschnitte der höheren Niveaus unter 1 mb/sr liegen¹¹⁾. In den gekoppelten Kanalrechnungen wurden die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+) = 0.069 e^2 b^2$ für ^{58}Ni bzw. $0.0845 e^2 b^2$ für ^{60}Ni verwendet. Da entsprechende experimentelle Werte für die anderen, energetisch fast doppelt so hohen Zustände nicht vorlagen, haben wir diese im Rahmen des harmonischen Quadrupolvibratormodells berechnet. Der aus Fig.21 durch Raumwinkelintegration erhaltene totale Anregungs- bzw. Paarbildungsquerschnitt des 1 Phonon - Vibrationsniveaus ist in den beiden letzten Spalten

von Tabelle 2 angegeben. Bei einer Einschußenergie, die etwa der "safe energy" (gerade noch kein Einfluß der starken Wechselwirkung) entspricht, erhält man im Ni - Ni System $\sigma_{2+}^{e^+e^-} \approx 30 \mu\text{b}$; das entspricht dem Querschnitt $\sigma_{3-}^{e^+e^-}(2a=19 \text{ fm})$ im $^{208}\text{Pb} - ^{208}\text{Pb}$ Stoß (vgl. Fig.18)!

Dieses - sicherlich extreme - Beispiel zeigt, daß die innere Paarbildung sehr viel stärker von der Niveaustuktur der beteiligten Kerne abhängt als von der Projektilladung. Da bereits 1 oder 2 zusätzliche Nukleonen die Kernstruktur drastisch verändern können, erhält man für den nuklearen Untergrund im Gegensatz zu den QED- Positronen eine Isotopenabhängigkeit des Paarerzeugungsquerschnitts. Damit hat man experimentell eine zusätzliche Unterscheidungsmöglichkeit.

Es wurde außerdem die Coulombanregung der Kerne $^{138}_{56}\text{Ba}$, $^{140}_{58}\text{Ce}$ und $^{142}_{60}\text{Nd}$ durch $^{132}_{54}\text{Xe}$ - Projektile bei einer Laborenergie von 600 MeV untersucht (Fig.22). In den Rechnungen haben wir die $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$ - Werte 0.221, 0.270 und 0.289 $e^2 b^2$ für die 3 Targetkerne verwendet. Es ergibt sich $\sigma_{2+}^{e^+e^-} \approx 100 \mu\text{b}$, ein Wert, der um etwa 1 Größenordnung über der gegenwärtigen Meßgrenze bei GSI liegt. Da das Projektil ebenfalls mit hoher Wahrscheinlichkeit angeregt wird, haben wir, um die Identifikation der Positronen zu erleichtern, das Isotop ^{132}Xe gewählt, in dem die innere Paarbildung stark behindert ist.

Anders im System $^{136}\text{Xe} - ^{208}\text{Pb}$: Hier liefert die Anregung des 1.313 MeV - Niveaus ($B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+) = 0.14 e^2 b^2$, Ref.55) im Projektil einen doppelt so hohen Querschnitt

e^+e^- wie die beiden Zustände in ^{208}Pb (Ref.103). Benutzt man statt ^{208}Pb ein ^{238}U Target, so ändert sich bei gleicher Anfangsenergie an der Projektilpaarbildung nur wenig. Wie wir im folgenden Abschnitt sehen werden, ist hier allerdings die Positronerzeugung im ^{238}U - Kern absolut dominant. Eine Trennung der Beiträge durch die unterschiedliche e^+ - Energieverteilung (in ^{136}Xe endet das Spektrum bei $E_p^{\text{kin}} \approx 300 \text{ keV}$) sollte aber möglich sein.

c) Die Systeme Xe-U, Pb-U, U-U und Xe- Th

Bisher haben wir uns auf die Diskussion sphärischer Kerne beschränkt. Da hier i.a. nur 1 oder 2 Niveaus zur inneren Paarbildung beitragen, sind die Verhältnisse besonders übersichtlich. Die Energien und $B(E1)$ - Werte dieser Zustände kennt man gewöhnlich aus Experimenten, so daß die theoretische Unsicherheit der berechneten Querschnitte verhältnismäßig gering ist.

Das Bild ändert sich drastisch, wenn man zu deformierten Kernen übergeht. In dem Energiebereich, der durch nukleare Mehrfachcoulombanregung zugänglich ist, tragen wegen der geringen Abstände ΔE in den Rotationsbanden (Fig.5) mindestens 100 kollektive Übergänge zur Paarbildung bei. Experimentell vermessen ist fast immer nur die Grundzustandsbande⁵³⁻⁵⁵), über die Nebenbanden fehlen bisher genaue Informationen. Man ist daher auf ein theoretisches Kernmodell angewiesen. Die Niveaustuktur von ^{238}U im

Rahmen des Rotations- Vibrations- Modells wurde im Kap.2.3 eingehend erörtert. In unseren Paarerzeugungsrechnungen haben wir die gs-, β - und γ - Bande bis zur Spaltschwelle bei etwa 7.5 MeV Anregungsenergie verwendet. Aus Fig.23 entnimmt man, daß nur Übergänge zwischen verschiedenen Rotationsbanden Paarbildung hervorrufen können. Innerhalb einer Bande sind nämlich γ - Zerfälle mit $\Delta E > 2m_e c^2$ lediglich mit einer Multipolarität $l \geq 4$ möglich; sie sind vernachlässigbar klein. Bei hohen Spins hat jedes Niveau mehrere Zerfallsmöglichkeiten: der $28^{+\beta}$ - Zustand kann beispielsweise durch Übergang in die Zustände 26^+ , 28^+ und 30^+ gs Positronen erzeugen¹⁰⁴⁾. Auch spielt in den deformierten Kernen die zusätzliche Population der Niveaus durch Kaskaden von Photonen und Konversionselektronen eine wichtige Rolle. Damit kommt der in Abschnitt 3.3 entwickelte allgemeine Formalismus voll zur Anwendung.

Betrachten wir zunächst das Photonspektrum, das beim Zerfall der Kernniveaus nach der Coulombanregung entsteht. Von besonderem Interesse ist dabei das überkritische $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ System, in dem der spontane und induzierte Zerfall des neutralen e^+e^- Vakuums nachgewiesen werden soll. Fig.24 zeigt das entsprechende nukleare γ - Spektrum, integriert über den Photon- und den Ionraumwinkel, bei einer Projektilenergie $E_{\text{lab}} = 1095 \text{ MeV}$ ($2a = 22.25 \text{ fm}$). Für alle E2- Übergänge mit $E_\gamma > 2m_e c^2$, die innerhalb der gs-, β - und γ - Bande des RVM möglich sind, wurden die Photonquerschnitte σ_{α}^{γ} nach Gl.(3.30) berechnet. Knapp oberhalb der Paarbildungsschwelle liegt σ_{α}^{γ} bei 300 mb und fällt dann exponentiell auf etwa 0.1 mb bei $E_\gamma = 3 \text{ MeV}$ ab.

Eigentlich kann man bei den Hochspinnniveaus nicht ohne weiteres von einer β - oder γ - Bande sprechen, da die "ungestörten" Wellenfunktionen, auf die diese Bezeichnung zutrifft, durch die Rotations- Vibrations- Wechselwirkung stark miteinander vermischt werden. Klassifiziert man jedoch die Wellenfunktionen nach den jeweils maximalen Entwicklungskoeffizienten (vgl. Fußnote auf S.29), so dominieren im γ - Spektrum die Zerfälle $(I+2)\beta \rightarrow I\gamma$. Auffallend ist ferner, daß das Spektrum im Bereich zwischen 1.0 und 1.8 MeV sehr viel dichter ist als bei höheren Energien. Das liegt daran, daß wir in den Coulombanregungsrechnungen aus numerischen Gründen nicht mehr als 3 Rotationsbanden berücksichtigen konnten (Kap.2.4). Die zusätzliche Einkopplung der 2 Phonon-, 3 Phonon- ... Vibrationsbanden würde zweifellos die Zahl der hochenergetischen Übergänge erhöhen und damit das γ - Spektrum auch für $E_\gamma > 1.8$ MeV "auffüllen".

Es kann nicht prinzipiell ausgeschlossen werden, daß im Schwerionenstoß außer den kollektiven Freiheitsgraden auch 1^- Einteilchenniveaus im Energiebereich zwischen etwa 1.5 und 3.0 MeV angeregt werden. Man weiß jedoch, daß ihre E1- Übergangswahrscheinlichkeiten gewöhnlich 2 - 4 Größenordnungen kleiner sind als die Einteilcheneinheit

$$B(E1)_{s.p.} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3}{3+l} \right)^2 e^2 R_0^{2l} \quad (3.39)$$

während die elektrischen Quadrupolübergänge wesentlich stärker sind, als die Abschätzung (3.39) angibt. Um den Einfluß möglicher E1- Coulombanregung zu testen, haben wir zusätzlich einen 1^- Zustand mit $B(E1, 0^+_{gs} \rightarrow 1^-) =$

$10^{-2} B(E1)_{s.p.}$ eingekoppelt¹¹⁾. Seine Energie wurde zunächst gleich 1.3 MeV gesetzt und dann auf 2.0 bzw. 3.0 MeV erhöht. Die entsprechenden Anregungswahrscheinlichkeiten $P_{1-}^{Cb} (\vartheta_{cm}=180^\circ)$ nahe der Coulombbarriere im U - U Stoß ergaben sich zu $1.2 \cdot 10^{-4}$, $4.0 \cdot 10^{-5}$ bzw. $8.5 \cdot 10^{-5}$. Diese Werte sind um etwa einen Faktor 100 geringer als die entsprechenden E2- Anregungen (Fig.7). Trotz des etwas größeren Paarbildungskoeffizienten β_{E1} können sie offenbar vernachlässigt werden, solange nicht $B(E1, 0^+_{gs} \rightarrow 1^-) \geq B(E1)_{s.p.}$ gilt. In diesem Fall läge die Coulombanregungswahrscheinlichkeit eines Zustandes bei 2 MeV in derselben Größenordnung wie bei den Kollektivniveaus. Der Einfluß der $K = 0^-$ Oktupolbande in ^{238}U ist schon im Zusammenhang mit den Hochspinniveaus (Abschnitt 2.3) erörtert worden. Aus energetischen Gründen trägt sie nichts zur inneren Paarbildung bei.

In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß eine Spektroskopie der nichtcharakteristischen Röntgenstrahlung in super-schweren Quasimolekülen in den meisten Fällen durch das nukleare γ - Spektrum verhindert wird. Müller, Smith und Greiner¹⁰⁵⁾ haben das differentielle quasimolekulare Photonspektrum $d\sigma/dE_\gamma$ für Übergänge von der L- in die K-Schale im U - U System unter der Annahme einer konstanten K- Lochwahrscheinlichkeit $L_0 = 10^{-2}$ abgeleitet. Integriert man dieses Spektrum, so stellt man fest, daß im Energiebereich $E_\gamma \approx 600$ keV die Wirkungsquerschnitte der nuklearen und der quasimolekularen K_α - Übergänge etwa gleich groß sind (einige hundert mb). Im spektroskopisch besonders

interessanten Bereich des vereinigten Atoms ($R \rightarrow 0$) aber ist der nukleare Beitrag selbst für $L_0 = 1$ dominant^{10,12}); beispielsweise liegt der Röntgenquerschnitt des $2p_{3/2} - 1s_{1/2}$ Übergangs mit $\Delta E(R \rightarrow 0) = 1.33$ MeV bei ≈ 0.5 mb, während $\sigma_{\text{Cb}}^{\gamma}(1.3 \text{ MeV}) \approx 200$ mb beträgt. Die einzige Ausnahme im superschweren Bereich scheint das $^{208}\text{Pb}-^{208}\text{Pb}$ System zu bilden. Da die ersten angeregten Kernniveaus oberhalb von 2.5 MeV liegen, kann man die quasimolekulare K-Strahlung ohne Schwierigkeiten messen. Das theoretisch zu erwartende Röntgenspektrum wird gegenwärtig von Kirsch et al.¹⁰⁶) im Rahmen der Zweizentren-Diracgleichung unter Berücksichtigung einer zeitabhängigen Lochamplitude $a_{ij}(t)$, Gl. (3.36), berechnet.

Jede einzelne Photonlinie in Fig.24 erzeugt durch innere Paarbildung ein Positronspektrum ähnlicher Form wie das 3^- bzw. 2^+ Niveau in ^{208}Pb (s. Fig.20), das jeweils abrupt bei $E_{\gamma} - 2m_e c^2$ endet. Durch die Überlagerung der verschiedenen Beiträge entsteht im U-U System eine Zackenstruktur (Fig.25), die durch die dominanten Photonübergänge ($I+2$) $\rightarrow I$ zwischen der β - und der Grundzustandsbande bestimmt wird. Bei einem Minimalabstand $2a = 19$ fm zeigen sich innerhalb der einzelnen Zacken gewisse unregelmäßige Strukturen. Sie werden durch die schwächeren Übergänge $I\beta \rightarrow Ig$, $(I-2)\beta \rightarrow Ig$ sowie die Zerfälle zwischen γ - und gs -Bande verursacht. Bei größeren Abständen, $2a = 27$ fm, sind diese Übergänge so schwach, daß sie nicht mehr im Positronspektrum zu erkennen sind. Das Auftreten einer Sägezahnstruktur in der Energieverteilung der nuklearen Positronen hängt nicht von einem speziellen Kernmodell ab.

Es ist immer dann zu erwarten, wenn im γ -Spektrum noch einzelne Linien unterschieden werden können. Dies sollte vor allem bei größeren Abständen der Fall sein, wo nur relativ wenige Niveaus angeregt werden. Es darf allerdings nicht übersehen werden, daß es eine Reihe von Störeffekten gibt, die das Photonspektrum oberhalb 1 MeV quasikontinuierlich machen können (Dopplerverbreiterung der Linien, Comptonkontinuum). Sieht man einmal von den Zackenstrukturen ab, so haben die aus der ^{238}U Coulombanregung stammenden Positronen eine ähnliche Energieverteilung wie die QED-Positronen. In der rechten Hälfte von Fig.20 sind beide Anteile für das Pb-U System miteinander verglichen. Zwar fällt der nukleare Untergrund bei $E_p^{\text{kin}} > 1200 \text{ keV}$ etwas schneller ab und ist auch, je nach Energie, um einen Faktor 2 - 5 geringer. Bei der quantitativen Interpretation sollte man aber weitere Kriterien zu Rate ziehen. Aus Fig.25 erkennt man beispielsweise eine drastische Abhängigkeit des Energiespektrums der Coulombpositronen im ^{238}U - ^{238}U System von der Projektilenergie (ausgedrückt durch den Minimalabstand $2a$); bei den quasimolekularen Positronen ist der Unterschied zwischen $2a = 19 \text{ fm}$ und 27 fm sogar noch etwas größer.

Ein zusätzliches wichtiges Unterscheidungsmerkmal ist die Abhängigkeit der Paarbildungsquerschnitte vom Ionstreuwinkel ϑ_{cm} . Die Winkelverteilungen $d\sigma_{\text{Cb}}^{e^+e^-}/d\Omega_{\text{cm}}$ für die durch nukleare Coulombanregung induzierten Positronen sind in den Figuren 26 bis 28 für die Systeme ^{136}Xe - ^{238}U , ^{208}Pb - ^{238}U und ^{238}U - ^{238}U dargestellt. Für verschiedene Einschußenergien ($2a$) wurde jeweils nur der von der Uran-

Anregung herrührende Anteil aufgezeichnet. In allen Fällen steigt der differentielle unsymmetrisierte Querschnitt mit dem Ionwinkel ϑ_{cm} an. Solange man außerhalb des Bereiches der starken Wechselwirkung bleibt, wächst $d\sigma_{Cb}^{e+e-}/d\Omega_{cm}$ mit zunehmender Projektilenergie bzw. abnehmendem Minimalabstand $2a$. Ferner zeigt sich eine systematische Zunahme des Querschnitts mit der Ladungszahl des Projektils. Bei $2a = 19$ fm und $\vartheta_{cm} = 180^\circ$ ergibt sich beispielsweise ein Wert von $3.4 \mu b/sr$ ($^{136}_{54}Xe$), $7.3 \mu b/sr$ ($^{208}_{82}Pb$) und $13.8 \mu b/sr$ ($^{238}_{92}U$). Sämtliche Winkelverteilungen zeigen leichte Strukturen, die durch die Überlagerung der Beiträge von verschiedenen Kernniveaus zustande kommen. Mit wachsender Einschußenergie werden diese Strukturen schwächer, da durch die Coulombanregung immer mehr Zustände erreicht werden, deren Oszillationen sich herausmitteln. Durch die Symmetrisierung der differentiellen Paarbildungsquerschnitte entsteht im U-U System bei Abständen $2a \lesssim 22$ fm eine nahezu isotrope Winkelverteilung im Schwerpunktsystem (Fig.28); verringert man den Minimalabstand weiter auf $2a = 19$ fm, so bildet sich bei $\vartheta_{cm} = 90^\circ$ ein Maximum aus - ganz ähnlich wie im $^{208}Pb-^{208}Pb$ Stoß (vgl. Fig.15). An der Coulombbarriere schließlich erhält man eine doppelhöckerige Winkelverteilung¹⁰⁾, wobei die Maximalwerte nahe $\vartheta_{cm} = 60^\circ$ bzw. 120° liegen.

Am Beispiel des U-U Systems wurde außerdem die innere Konversion von γ -Quanten für Elektronen in der K-Schale untersucht¹⁰⁾. In der Theorie hat man dabei lediglich den Paarbildungskoeffizienten β durch den inneren Konversionskoeffizienten α_K , Gl.(3.4), zu ersetzen. Unter Berücksich-

tigung von Coulomb- und Nuklear- Wechselwirkung erhält man bei $E_{cm} = 800 \text{ MeV}$ einen totalen K- Konversionsquerschnitt $\sigma_K^{e^-} = 2.53 \text{ b.}$ Die entsprechende K- Lochwahrscheinlichkeit $w_K^{e^-}$ als Funktion des Ionstreuwinkels ist in Fig.29 abgebildet. Die Entstehung eines Maximums von etwa 7% bei Vorwärtsstreuung ist leicht zu erklären: hier werden die unteren Rotationsbandenniveaus dominant angeregt, für die wegen der geringen Energieabstände $\Delta E \lesssim 300 \text{ keV}$ die inneren Konversionskoeffizienten besonders hoch sind. Im Gegensatz zu den quasimolekularen Ionisationsprozessen findet die innere Konversion nicht während des Schwerionenstoßes, sondern lange nach der Kollision ($\tau_K \approx 10^{-12} \text{ s}$) statt. Obwohl also durch die Coulombanregung der Kerne mit hoher Wahrscheinlichkeit K- Löcher gebildet werden, lassen sich diese nicht für den spontanen und induzierten Zerfall des neutralen e^+e^- Vakuums nutzen. Es sei noch erwähnt, daß die Berechnung von $w_K^{e^-}$ in einem frühen Stadium dieser Arbeit erfolgte und deshalb die Rotations- Vibrations- Wechselwirkung noch nicht berücksichtigt wurde; eine wesentliche Änderung der Resultate durch Einbeziehung der RVW ist hier aber nicht zu erwarten.

Zum Abschluß dieses Kapitels wollen wir die totalen Paarbildungsquerschnitte diskutieren, die sich aus der Coulombanregung deformierter Kerne im Aktinidenbereich ergeben (Tabelle3). Dabei ist der Vergleich zwischen Xe-Th und Xe-U recht aufschlußreich. Während die Winkel- und Energieverteilung der Positronen in beiden Systemen qualitativ ähnlich aussieht, ist der absolute Querschnitt

$\sigma_{\text{Cb}}^{e^+e^-}$ im Thoriumkern um etwa einen Faktor 2 kleiner. Das liegt am geringeren Energieabstand zwischen den Nebenbanden und der gs- Bande in $^{232}_{90}\text{Th}$. Die entsprechenden Parameter ^{50,51)} für das RVM sind in diesem Falle $\varepsilon = 0.0145$ MeV, $E_\beta = 0.7305$ MeV, $E_\gamma = 0.7677$ MeV und $\beta_0 = 0.239$. Das $^{136}\text{Xe}-^{232}\text{Th}$ System wurde experimentell von Meyerhof et al. ¹⁰⁷⁾ untersucht. Wegen Targetverunreinigungen durch leichtere Kerne (hauptsächlich Sauerstoff) wird der dominante Anteil des gemessenen Querschnitts durch Transfer- oder andere Nuklearprozesse hervorgerufen, so daß ein quantitativer Vergleich mit den Coulombanregungsrechnungen nicht möglich ist. ¹⁰⁸⁾

Die Pb-U und U-U Daten sind zusammen mit den Querschnitten für die QED- Positronen in Fig.19 eingezeichnet. Hier gelten sinngemäß die gleichen Bemerkungen, die wir bereits beim Pb-Pb System gemacht haben : vor allem bei geringen Abständen 2a lassen sich die GSI- Meßdaten ¹⁰⁰⁻¹⁰²⁾ weder in der absoluten Größenordnung noch in ihrer Energieabhängigkeit allein durch nukleare Coulombanregung erklären. Erste U-Pb und U-U Experimente von Kienle und Mitarbeitern ¹⁰⁹⁾, die bei hoher Projektilenergie unter Vorwärtsstreuwinkeln ($\vartheta_{\text{cm}} = 20^\circ - 60^\circ$) durchgeführt wurden, bestätigen diese Schlußfolgerungen. Auch wenn für den endgültigen Beweis des Vakuumzerfalls in überkritischen elektrischen Feldern noch weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen notwendig sind, so sind doch die bisher vorliegenden Ergebnisse sehr ermutigend.

4. Coulombspaltung

4.1 Historische Bemerkungen

Seit ihrer Vorhersage im Jahre 1966 durch Guth und Wilets¹³⁾ ist die Coulombspaltung in einer ganzen Reihe von klassischen und quantenmechanischen Modellen (Ref. 14 - 19) untersucht worden. Nach diesen Theorien erwartet man Coulombspaltung bei der Streuung von Projektilen mit hoher Ladungszahl ($Z > 50$) an Kernen, die eine niedrige Spaltschwelle ($\approx 6 - 8$ MeV) besitzen. Als Targetkerne kommen deshalb praktisch nur die stark deformierten Aktiniden in Frage. Während sich alle theoretischen Arbeiten in der Existenz der Coulombspaltung einig sind, differieren die berechneten Spaltquerschnitte aufgrund verschiedener Modellannahmen und Reaktionsmechanismen um mehrere Größenordnungen.

Guth und Wilets gingen in ihrem ursprünglichen Vorschlag¹³⁾ von einer nahezu adiabatischen Spaltung aus, die man sich anschaulich als ein Zerreißen des Targetkerns durch die Verringerung der Spaltbarriere aufgrund der Projektil-Targetkern- Coulombwechselwirkung vorstellen kann (vgl. Fig.36). Da hierbei die Spaltung in der Nähe des minimalen Abstands der Kerne erfolgt, werden wir diesen Prozeß im folgenden als "prompte" Coulombspaltung bezeichnen.

Ein anderer Reaktionsmechanismus wurde von Beyer und Winther¹⁵⁾ sowie Holm und Greiner^{16,17)} vorgeschlagen:

durch die Coulombwechselwirkung werden die kollektiven Freiheitsgrade von Projektil- und Targetkern stark angeregt. In einem geringen Bruchteil der Stöße ist die induzierte Anregungsenergie so hoch, daß ein im Grundzustand bereits deformierter Kern die Spaltschwelle zu überwinden vermag. Es handelt sich also um eine Spaltung als Folge der Coulombanregung. Aus unseren Betrachtungen in Kap. 2 wissen wir, daß die Zustände mit hoher Energie durch die Mehrfachcoulombanregung erst erreicht werden, wenn die Kerne im Verlauf der Streuung den Umkehrpunkt der klassischen Bahn passiert haben und sich in einer Entfernung $r \gtrsim 50$ fm voneinander befinden (vgl. Fig. 6). In diesem Bereich ändern sich die Anregungswahrscheinlichkeiten $P_n(t)$ der einzelnen Zustände nur noch unwesentlich. Zur Unterscheidung von der prompten Spaltung sprechen wir deshalb von einer "asymptotischen" Coulomb-spaltung (final state Coulomb fission)¹⁸⁾.

In Kap. 4.2 werden wir uns zunächst mit der asymptotischen Coulombspaltung befassen, da sie in engem Zusammenhang mit unseren Betrachtungen zur Coulombanregung steht. Die entscheidende Grundlage dieser Überlegungen bildet die von Holm und Greiner entwickelte quantenmechanische Theorie. Sie wird in folgenden Punkten weiter ausgebaut:

a) Die Anregungswahrscheinlichkeit von Hochspinzuständen in deformierten Kernen wird durch die Rotations- Vibrations- Wechselwirkung massiv beeinflusst. Da wir annehmen, daß die Spaltung aus hohen Spins heraus erfolgt, ist

eine quantitative Veränderung der in Ref.17 unter Vernachlässigung der RVW berechneten Anregungsfunktionen zu erwarten.

b) Wir untersuchen erstmalig die Stoßparameterabhängigkeit der Coulombspaltung. Damit können auch totale Querschnitte σ^{CF} angegeben werden.

c) Die Winkelverteilung der Spaltfragmente relativ zur Strahlachse wird quantenmechanisch berechnet.

d) Der Einfluß der starken Wechselwirkung auf die Coulombspaltung wird genauer untersucht. Die Kernkräfte werden nicht nur im Kopplungspotential, sondern auch in der Relativbewegung berücksichtigt.

Erste experimentelle Versuche, die Coulombspaltung durch Beschuß von Targets mit leichteren Projektilen^{113,114}) zu induzieren, scheiterten - in Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen. Inzwischen liegen jedoch Messungen mit ^{54}Xe - und ^{92}U - Strahlen vor, die an den Schwerionenbeschleunigern in Berkeley und Darmstadt durchgeführt wurden (Ref.20-22,115,116). Das Hauptproblem bei den Experimenten besteht darin, daß man, um einen Einfluß der starken Wechselwirkung mit Sicherheit auszuschließen, relativ niedrige Projektilenergien verwenden muß (Rückwärtsstreuung vorausgesetzt). Hier aber ist der Coulombspaltquerschnitt gering. Bei Einschußenergien, die oberhalb von etwa 85-90% der Wechselwirkungsbarriere liegen, kann die Coulombspaltung von transfer- induzierter Spaltung oder Spaltung nach tiefinelastischen Reaktionen überlagert sein. Will man hier noch eindeutige Schlußfolgerungen aus den Experimenten ziehen, so müssen viele

Parameter gleichzeitig gemessen werden. Vor allem die Zählerexperimente von Habs et al.²¹⁾, die bei $E/E_{\text{int}} \approx 0.85$ quasielastische Spaltereignisse zeigen, scheinen die Existenz der Coulombspaltung zu bestätigen.

4.2 Spaltung nach Coulombanregung ("asymptotische" Coulombspaltung)

Die theoretische Beschreibung der Coulombspaltung erfolgt ganz analog zur Coulombanregung. Den Ausgangspunkt bildet der Hamiltonoperator des Gesamtsystems, Gl.(2.1). Behandelt man die Relativbewegung der Kerne klassisch und beschränkt man sich ferner auf den Monopol- Multipol-Anteil der Wechselwirkung, so separiert die Schrödinger-Gleichung in 2 partielle Differentialgleichungen der Form (2.6), von denen die eine die Projektil- und die andere die Targetkernspaltung beschreibt. Die Formulierung des Spaltprozesses erfolgt zweckmäßigerweise in Kollektivkoordinaten α . Ohne Beschränkung der Allgemeinheit genügt es, die Spaltung des Targetkerns zu betrachten. Sein "ungestörter" Hamiltonoperator ist von der Form

$$H_0^{\text{Targ}}(\alpha) = T_{\text{coll}}(\alpha) + V_{\text{coll}}(\alpha), \quad (4.1)$$

wobei T die kinetische Energie der Kollektivbewegung, Gl.(2.44a), und V die Potentialenergiefläche, Gl.(2.44b), ist. Um den vollständigen Hamiltonoperator zu erhalten, muß man noch das Kopplungspotential zwischen dem Monopol-

moment des Projektils und dem Multipolmoment des Targets hinzufügen

$$H^{Targ}(\alpha, \vec{r}) = H_0^{Targ}(\alpha) + V_{coupl}(\alpha, \vec{r}). \quad (4.2)$$

Der Coulombanteil von V_{coupl} ist durch (2.33) gegeben, der Nuklearanteil folgt aus den Gleichungen (2.30), (2.32) und (2.34). H^{Targ} erfüllt die zeitabhängige Schrödinger-gleichung

$$H^{Targ}(\alpha, \vec{r}(t)) \psi(\alpha, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\alpha, t). \quad (4.3)$$

Als Basis verwenden wir die Eigenfunktionen des freien Targetkerns

$$\begin{aligned} H_0(\alpha) \varphi_n(\alpha) &= E_n \varphi_n(\alpha) \\ H_0(\alpha) \varphi_E(\alpha) &= E \varphi_E(\alpha) \end{aligned} \quad (4.4)$$

mit den Normierungsbedingungen

$$\begin{aligned} \langle \varphi_m | \varphi_n \rangle &= \delta_{mn}, \quad \langle \varphi_m | \varphi_E \rangle = 0, \\ \langle \varphi_{E'} | \varphi_E \rangle &= \delta(E' - E). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Im Unterschied zur Coulombanregung wurden außer den gebundenen Niveaus φ_n noch die Kontinuumszustände φ_E in die Betrachtung einbezogen. Allerdings stellt Gl.(4.4) bereits eine Idealisierung dar. "Echte" gebundene Niveaus existieren im Potential $V_{coll}(\alpha)$ nicht, da jeder Zustand im ersten und zweiten Minimum mit dem Kontinuum energetisch entartet ist (vgl. Fig.3) und daher eine gewisse Zerfallsbreite Γ_f besitzt. Je geringer der Abstand eines Niveaus von der Spaltschwelle ist, desto größer wird Γ_f . Mit φ_n bezeichnen wir deshalb alle Zustände, die man in guter Näherung als quasigebunden ansehen kann. Entwickelt man

die Wellenfunktion ψ nach dem vollständigen orthonormalen Funktionensystem (4.4)

$$\begin{aligned} \psi(\alpha, t) = & \sum_n a_n(t) \varphi_n(\alpha) \exp[-i E_n t / \hbar] \\ & + \int dE a_E(t) \varphi_E(\alpha) \exp[-i E t / \hbar] \end{aligned} \quad (4.6)$$

und setzt diese Entwicklung in die zeitabhängige Schrödingergleichung ein, so erhält man daraus durch Projektion mit $\varphi_m \exp(-i E_m t / \hbar)$ bzw. $\varphi_E \exp(-i E t / \hbar)$ einen Satz von gekoppelten Gleichungen für die Anregungsamplituden $a_m(t)$ und $a_E(t)$

$$\begin{cases} i \hbar \dot{a}_m(t) = \\ = \sum_n a_n(t) \langle \varphi_m(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}(t)) | \varphi_n(\alpha) \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_m - E_n) t\right] \\ + \int dE a_E(t) \langle \varphi_m(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}(t)) | \varphi_E(\alpha) \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_m - E) t\right] \end{cases} \quad (4.7a)$$

$$\begin{cases} i \hbar \dot{a}_E(t) = \\ = \sum_n a_n(t) \langle \varphi_E(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}(t)) | \varphi_n(\alpha) \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E - E_n) t\right] \\ + \int dE' a_{E'}(t) \langle \varphi_E(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}(t)) | \varphi_{E'}(\alpha) \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E - E') t\right]. \end{cases} \quad (4.7b)$$

Um den Mechanismus der Coulombspaltung transparent zu machen, betrachten wir zunächst den Grenzfall einer schwachen Kopplung. Das Gleichungssystem (4.7) läßt sich dann nach der Methode der sukzessiven Approximation lösen. Die Streuung verlaufe im Zeitintervall $(-T, +T)$. Als Anfangsbedingung geben wir folgende Amplituden vor

$$a_n(-T) = \delta_{n0}, \quad a_E(-T) = 0, \quad (4.8)$$

d.h. der Targetkern befindet sich im Grundzustand φ_0 .

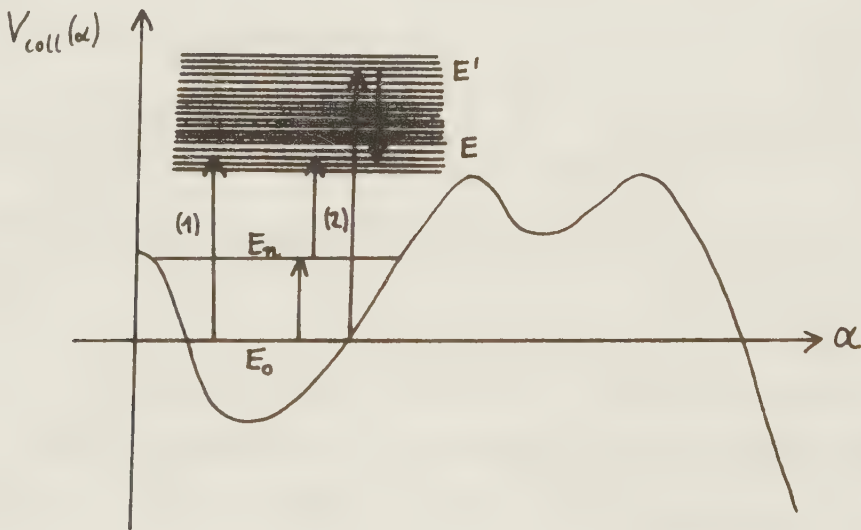
In erster Näherung erhält man die Lösungen

$$a_{0 \rightarrow E}^{(1)}(+T) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-T}^{+T} dt \langle \varphi_E | V_{\text{coupl}}(t) | \varphi_0 \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E - E_0)t\right] \quad (4.9)$$

$$a_{0 \rightarrow m}^{(1)}(+T) = \delta_{m0} + \frac{1}{i\hbar} \int_{-T}^{+T} dt \langle \varphi_m | V_{\text{coupl}}(t) | \varphi_0 \rangle \times \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E_m - E_0)t\right]. \quad (4.10)$$

Durch Einsetzen dieser Resultate in die gekoppelten Gleichungen folgt in zweiter Ordnung für $a_{0 \rightarrow E}(t)$:

$$\left\{ \begin{aligned} a_{0 \rightarrow E}^{(2)}(+T) &= a_{0 \rightarrow E}^{(1)}(+T) + \frac{1}{i\hbar} \int_{-T}^{+T} dt \sum_n [a_{0 \rightarrow n}^{(1)}(t) - \delta_{n0}] \times \\ &\times \langle \varphi_E | V_{\text{coupl}}(t) | \varphi_n \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E - E_n)t\right] + \frac{1}{i\hbar} \int_{-T}^{+T} dt \int dE' a_{0 \rightarrow E'}^{(1)}(t) \times \\ &\times \langle \varphi_E | V_{\text{coupl}}(t) | \varphi_{E'} \rangle \exp\left[\frac{i}{\hbar} (E - E')t\right]. \end{aligned} \right. \quad (4.11)$$



Die Spaltamplitude a_E in Gl.(4.11) setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen: Der erste Term beschreibt den direkten Übergang vom Grundzustand φ_0 in den Kontinuumszustand φ_E . Der zweite und dritte Term charakterisiert verschiedene Zweistufenprozesse; a) durch Coulombanregung gelangt der Kern zunächst in das angeregte Niveau

φ_n und von dort aus ins Kontinuum oder b) es wird ein Kontinuumszustand φ_E erreicht, von dem aus eine "Rückstreuung" in den Zustand φ_E erfolgt.

Offensichtlich ist unser Ergebnis formal analog zur QED-Positronenamplitude in 2. Ordnung Störungstheorie, Gl. (3.37). Leichte Unterschiede ergeben sich daraus, daß wir den Spaltvorgang in der asymptotischen Basis (ungestörter Kern) beschrieben haben und nicht in der molekularen Basis. Die Kopplung wird deshalb durch die Wechselwirkung $V_{\text{coupl}}(t)$ mit dem Projektil hervorgerufen und nicht durch den Operator $\partial/\partial t$, der auf die vom Zweizentrenabstand abhängigen Wellenfunktionen wirkt.

Aus der Kontinuumsamplitude nach der Streuung $a_E(+T)$ ergibt sich der differentielle Coulombspaltquerschnitt

$$\frac{d\sigma^{CF}}{d\Omega_{cm}} = \int dE |a_E(+T)|^2 \frac{d\sigma_{(E)}^{scatt}}{d\Omega_{cm}} \quad (4.12)$$

Im allgemeinen sind in Schwerionenstößen die Voraussetzungen für eine Anwendung der Störungstheorie nicht erfüllt. Bei der Mehrfachanregung von Rotationsbanden in deformierten Kernen - und damit haben wir es bei der Coulombspaltung von ^{238}U zu tun - ist die Kopplung im Gegenteil sehr stark. Gl.(4.11) läßt sich aber sicherlich verwenden, um den Beitrag isolierter hochliegender Niveaus zum totalen Spaltquerschnitt abzuschätzen.

In den praktischen Rechnungen besteht das Hauptproblem darin, daß man die quasigebundenen Zustände nahe der Spaltbarriere und die Kontinuumszustände für ein kompliziertes Kollektivpotential kaum berechnen kann.

Wir verwenden deshalb dieselbe Näherung, die den Ausgangspunkt der Holm- Greiner- Theorie¹⁷⁾ bildete: die Potentialenergiefläche $V(a_0, a_2)$ in der Umgebung des ersten Minimums wird durch das unendlich hohe Oszillatorpotential des RVM approximiert (gestrichelte Linie in Fig.3). Man hat dann nur noch gebundene Niveaus, und das Gleichungssystem (4.7) geht wieder in das gekoppelte DG- System (2.9) über. Es wird angenommen, daß der Coulombspaltquerschnitt durch die Summe der Coulombanregungsquerschnitte derjenigen RVM- Niveaus gegeben ist, die energetisch oberhalb der Spaltbarriere E_F liegen. Bei der Bestimmung von E_F hat man zu berücksichtigen, daß sich der Kern i.a. nicht im Drehimpulszustand $I = 0$ befindet. Die Spaltschwelle wird dann durch das zusätzliche Zentrifugalpotential erhöht. Da der Targetkern bereits im Grundzustand in a_0 - Richtung deformiert ist, $a_0 = \beta_0$, erscheint die Annahme gerechtfertigt, daß die Spaltung entlang der a_0 - Achse erfolgt. Die spinabhängige Spaltbarriere ist durch das Maximum des effektiven Potentials gegeben

$$\begin{aligned} E_F(I) &= \max \{ V_{\text{eff}}(a_0, a_2=0) \} = \\ &= \max \left\{ V(a_0, a_2=0) + \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2 \theta(a_0, a_2=0)} \right\}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Für den Drehimpuls $I = 30$ ist das Effektivpotential des ^{238}U - Kernes in Fig.3 eingezeichnet. Man erkennt, daß für endliche Spins die erste Barriere stets höher ist als die zweite; sie bestimmt deshalb die Spaltung. Wir erhalten $E_F(I = 30) = 7.4 \text{ MeV}$ unter Verwendung des Träg-

heitsmoments im Rotations- Vibrations- Modell $\theta_{\text{RVM}}(a_0, a_2=0)$
 $= 3Ba_0^2$ (s. Gl.(2.48)). In der Nähe des Grundzustands-
 minimums , $a_0 = \beta_0$, $a_2 = 0$, beschreibt θ_{RVM} die Abhängig-
 keit des Trägheitsmoments von den Deformationskoordinaten
 korrekt. An der ersten Spaltbarriere und im zweiten
 Minimum sind jedoch Modifikationen notwendig. Experimente
 von Specht und Mitarbeitern⁶²⁾ deuten darauf hin, daß θ
 für größere Deformationen eher linear als quadratisch
 mit a_0 anwächst. Solche Modifikationen sind in der gegen-
 wärtigen Theorie nicht enthalten, sind aber für zukünftige
 Rechnungen geplant. Dabei hat man die höheren Terme $\sim \dot{\alpha}^2 \alpha$
 und $\sim \dot{\alpha}^2 \alpha^2$ in der kinetischen Energie, Gl.(2.44a), zu
 berücksichtigen. Durch Transformation in das intrinsi-
 sche System mit Hilfe der Rotationsmatrizen, Gl.(2.46),
 erhält man ein erweitertes Rot-Vib- Modell mit veränderten
 Trägheitsmomenten und Zusatztermen in der Vibrations-
 energie. Es sei darauf hingewiesen, daß es inkonsistent
 wäre, einfach ein anderes Trägheitsmoment in den Rech-
 nungen zu verwenden. $\theta(a_0, a_2)$ beeinflusst vielmehr auch
 die Energieniveaus und Matrixelemente; die sehr wichtige
 Kopplung zwischen Rotationen und Vibrationen in deformier-
 ten Kernen kommt ja gerade durch die Deformationsabhängig-
 keit der Trägheitsmomente zustande!

Unter den diskutierten Näherungen ergibt sich für den
 differentiellen Coulombspaltquerschnitt

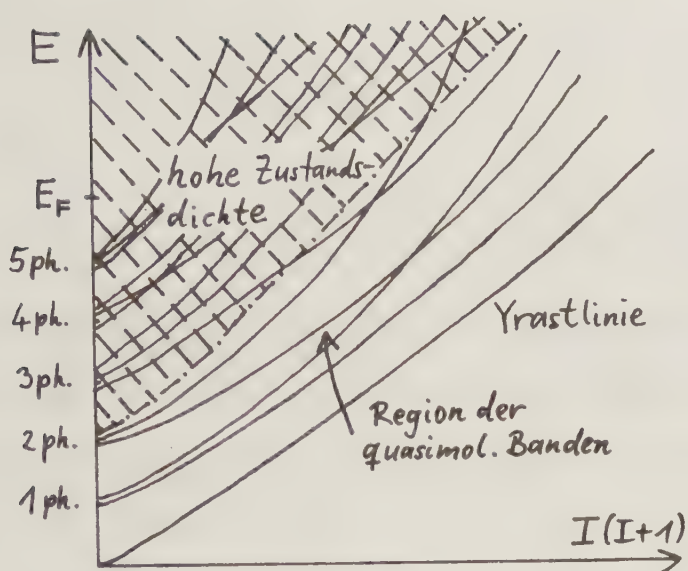
$$\frac{d\sigma^{\text{CF}}}{d\Omega_{\text{cm}}} = \sum_n |a_n(+T)|^2 \frac{d\sigma_{(n)}^{\text{scatt}}}{d\Omega_{\text{cm}}} + \sum_n |a_n(+T)|^2 P_n \frac{d\sigma_{(n)}^{\text{scatt}}}{d\Omega_{\text{cm}}} .$$

$E_n > E_F(I_n) \qquad E_n \leq E_F(I_n)$

(4.14)

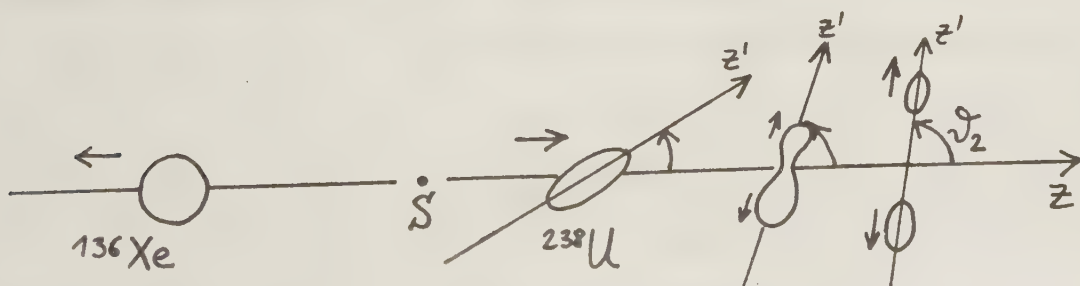
Der erste Anteil in Gl.(4.14) simuliert die Anregung der Kontinuumszustände oberhalb der spinabhängigen Spaltschwelle. Ferner haben wir den Beitrag der quasigebundenen Niveaus unterhalb von E_F , die eine hohe Spaltbreite besitzen, phänomenologisch berücksichtigt (zweiter Term). Die Tunnelwahrscheinlichkeiten P_n wurden nach Ref.117, S.57 für eine parabelförmige Barriere abgeschätzt. In Gl.(4.14) verwenden wir die asymptotischen Anregungswahrscheinlichkeiten $|a_n(+T)|^2$. Diese Näherung erscheint gerechtfertigt: in unserem Modell erfolgt die Coulombspaltung hauptsächlich aus den Hochspinniveaus der ersten β -Bande ($I \geq 28$) bzw. γ -Bande ($I \geq 32$). Diese Niveaus werden aber erst bei großem Relativabstand $r \gtrsim 50$ fm nennenswert angeregt (Fig.6).

Da durch die Coulombwechselwirkung direkt die β -Schwingungen angeregt werden, die dem Spaltfreiheitsgrad entsprechen, sind wir der Auffassung, daß der Targetkern ohne Verzögerung spaltet. Man kann einwenden, eine Dämpfung der angeregten Niveaus in Compoundkernzustände sei nicht auszuschließen. Dies ist aber bei den Rotationsbanden, die auf den untersten Vibrationsniveaus aufgebaut sind, unwahrscheinlich, da sie in der Nähe der Yrastbande liegen (s. Zeichnung nächste Seite). An der Spaltschwelle, die in ^{238}U je nach Spin etwa 6-8 MeV beträgt, werden vor allem Niveaus mit vergleichsweise niedrigem Spin gedämpft. Dabei handelt es sich um die Rotationsbanden von Vibrationsniveaus mit mehr als 2 Phononen, die mit den Quasiteilchenanregungen (Gebiet hoher Zustandsdichte) stark



mischen. Ihre Anregungswahrscheinlichkeit an der Spalt-
schwelle ist aber gering.

Zum Abschluß dieses Abschnitts wollen wir uns noch über-
legen, wie man die Winkelverteilung der Spaltfragmente
relativ zur Strahlachse quantenmechanisch berechnen kann.
Dabei beschränken wir uns auf den Spezialfall der Rück-
wärtsstreuung im Schwerpunktsystem ($\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$). Dieser
Fall entspricht in guter Näherung der von Habs et al.²¹⁾
verwendeten Experimentieranordnung; er ist auch theore-
tisch relativ leicht zu handhaben, da die Strahlachse
(z - Richtung) mit der Rückstoßrichtung des Targetkerns
übereinstimmt. Wie bereits früher erwähnt, gehen wir
davon aus, daß die Spaltung entlang der Symmetrieachse z'
erfolgt.



Die Targetkernwellenfunktion im Rahmen des RVM ist von der Struktur (vgl. (2.54) und (2.57))

$$\varphi_n^{IH}(\xi, \eta, \vartheta_j) = \sum_{K n_2 n_0} C_{n, K n_2 n_0}^I * |IMK(\vartheta_j)\rangle |K n_2(\eta)\rangle |n_0(\xi)\rangle, \quad (4.15)$$

wobei die Koeffizienten C die Bandenmischung durch die Rotations-Vibrations- Wechselwirkung beschreiben. Bei der Rückwärtsstreuung von gg- Kernen im Schwerpunktsystem werden bekanntlich nur die $M = 0$ Magnetunterzustände angeregt. Aus der schematischen Darstellung auf der vorigen Seite entnehmen wir, daß die Winkelverteilung der Spaltfragmente vom Eulerwinkel ϑ_2 zwischen der Strahlachse und der Symmetrieachse des Targetkerns abhängt. Angenommen, der Kern befindet sich zum Zeitpunkt der Spaltung im Eigenzustand $\varphi_n^{I, M=0}$. Die Wahrscheinlichkeit, ihn mit der Symmetrieachsenorientierung ϑ_2 anzutreffen, ist dann offenbar

$$\frac{dW_n^{I, M=0}(\vartheta_2)}{\sin \vartheta_2 d\vartheta_2} = \int_0^{2\pi} d\vartheta_1 \int_0^{2\pi} d\vartheta_3 \int d\tau(\eta, \xi) \left| \varphi_n^{I, M=0}(\xi, \eta, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) \right|^2. \quad (4.16)$$

Die Winkelverteilung der Fragmente - bezogen auf das Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt des spaltenden Kerns ruht - ergibt sich durch Multiplikation von $dW_n^{I, M=0}$ mit den entsprechenden Anregungswahrscheinlichkeiten $|a_n|^2$ und Penetrabilitätsfaktoren P_n (für die quasigebundenen Niveaus unterhalb der Spaltschwelle). Das Endresultat lautet

$$\begin{aligned} \frac{dW^{CF}(\vartheta_2)}{\sin \vartheta_2 d\vartheta_2} &= \sum_{I, n} |a_n^{I, M=0}|^2 P_n \sum_{K n_2 n_0} |C_{n, K n_2 n_0}^I|^2 \times \\ &\times \left(I + \frac{1}{2}\right) \left| d_{0K}^I(\vartheta_2) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.17a)$$

mit

$$f_n = \begin{cases} 1, & E_n \geq E_F(I_n) \\ p_n, & E_n < E_F(I_n) \end{cases} \quad (4.17b)$$

Die Abhängigkeit vom Eulerwinkel $\mathcal{J}_2$ wird durch die Rotationsmatrizen $d_{M=0,K}^I(\mathcal{J}_2)$ bestimmt. Abgesehen von der Mischung der verschiedenen Rotationsbanden durch die Koeffizienten C entspricht die Winkelverteilung dem Ergebnis, das man für einen symmetrischen Rotator erwartet (Ref.117, Kap.5).

4.3 Vergleich mit bisherigen Experimenten

Fig.30 zeigt die Anregungsfunktion für Coulombspaltung von $^{238}_{92}\text{U}$ durch rückwärtsgestreute $^{136}_{54}\text{Xe}$ -Projekte. Unser theoretischer Spaltquerschnitt (durchgezogene Linie) steigt zunächst mit wachsender Energie an und erreicht bei $E_{\text{cm}} = 445 \text{ MeV}$ einen Maximalwert von 0.7 mb/sr . Infolge der destruktiven Interferenz zwischen Coulomb- und Nuklearwechselwirkung entsteht nahe der Barriere $E_{\text{cm}}^{\text{int}} \approx 470 \text{ MeV}$ ein ausgeprägtes Minimum, und danach steigt der Spaltquerschnitt wegen der nun vorherrschenden starken Wechselwirkung wieder an. Die Lage und Tiefe des Interferenzminimums sind natürlich parameterabhängig: eine höhere Reichweite μ der Yukawakraft verschiebt dieses zu kleineren Einschußenergien, eine geringere Stärke V_0 führt zu einer Abflachung des Minimums. Bei niedrigen Projektilenergien, wo die Kernkräfte keine Rolle spielen,

ist die vorliegende Theorie völlig parameterfrei: Die 4 Größen ϵ , E_β , E_γ , β_0 , die das Rot- Vib- Modell kennzeichnen, sind in eindeutiger Weise durch das gemessene Niederenergiespektrum des ^{238}U - Kerns festgelegt (vgl. Abschnitt 2.3). Die monoton ansteigende strichpunktierte Kurve ergibt sich für reine Coulombwechselwirkung.

Ferner ist die von Holm und Greiner¹⁷⁾ berechnete Anregungsfunktion eingezeichnet (gestrichelte Linie); sie zeigt einen ähnlichen Verlauf, liegt aber bei niedrigen Energien um 1 - 2 Größenordnungen über unseren Werten. Dies kommt in erster Linie durch die Vernachlässigung der Rot- Vib- Wechselwirkung zustande: im Holm- Greiner- Modell ist eine Spaltung aus der dominant angeregten Grundzustandsbande für Spins $I \geq 30$ möglich. Bezieht man dagegen die RVW ein, so werden die Hochspinzustände der gs- Bande energetisch stark abgesenkt (Fig.4). Der Uran- kern kann dann erst aus den gs- Niveaus mit $I \geq 38$ spalten, deren Anregungswahrscheinlichkeit äußerst gering ist ($P^{\text{Cb}} \approx 5 \cdot 10^{-7}$ bei $E_{\text{cm}} = 390 \text{ MeV}$). In unseren erweiterten Rechnungen ist Coulombspaltung deshalb nur über die Nebenbanden möglich. Die Zustände der ersten β - und γ - Vibrationsbande werden an der Spaltschwelle ($I=28$ bzw. 32), bedingt durch den größeren Energieabstand zur gs- Bande, schwächer angeregt als in Ref.17. Es sind daher hauptsächlich Kernstruktureffekte, die zu einer Verringerung von σ^{CF} führen. Kleinere Unterschiede ergeben sich daraus, daß in Ref.17 zur Bestimmung der Spaltbarriere ein kubischer Potentialansatz für $V(a_0, a_2=0)$ mit einem Maximum bei $a_0 = 0.67$ benutzt wurde sowie ein höherer Radiuspara-

meter, der die Quadrupolmatrixelemente in Gl.(2.64) vergrößert.

Die experimentellen Daten, die von Colombani et al.^{20,115)} in Berkeley erhalten wurden (offene Kreise in Fig.30) sowie die Meßpunkte von Habs et al.²¹⁾ bei der GSI in Darmstadt (dargestellt durch Dreiecke) stimmen im Rahmen des statistischen Fehlers überein. In beiden Experimenten wurden die rückgestreuten Kerne nicht identifiziert, so daß die Daten als obere Grenze für Coulombspaltung anzusehen sind. Offenkundig stimmen Theorie und Experiment im Energiebereich $E_{cm} = 390 - 430$ MeV (d.h. zwischen 83% und 91% der Wechselwirkungsbarriere) bemerkenswert gut miteinander überein. Bei diesen Energien erwartet man nur einen geringen Beitrag durch Transferreaktionen. Erhöht man die Projektilenergie weiter, so liegen unsere theoretischen Resultate systematisch unterhalb der experimentellen Werte. Insbesondere ist kein Anzeichen für ein Interferenzminimum vorhanden. Hier dominiert vermutlich die transferinduzierte Spaltung bzw. Spaltung nach Compoundkernbildung (oberhalb von E_{cm}^{int}). Diese Vermutung wird besonders durch Q- Wert- Messungen von Habs et al.²¹⁾ gestützt, die einen kontinuierlichen Übergang von "quasi-elastischen" Ereignissen ($Q \approx -7.5$ MeV) bei niedrigen Energien zu "tiefinelastischen" Reaktionen ($Q \approx -100$ MeV) bei $E_{cm} = 520$ MeV zeigen.

Es ist interessant, die Abhängigkeit des Coulombspaltquerschnittes von der Projektilladung zu studieren. In Fig. 31 ist die Anregungsfunktion für Spaltung von ^{238}U durch ^{54}Xe bzw. ^{79}Au dargestellt. Zum besseren Vergleich

der theoretischen Daten wurde statt der Projektilenergie E_{cm} wieder der minimale Abstand bei Rückwärtsstreuung angegeben. Beide Kurven weisen die gleiche Energieabhängigkeit auf, jedoch ist die Spaltwahrscheinlichkeit durch Au-Kerne bedeutend größer. Bei $r_{min} = 19$ fm gilt beispielsweise $d\sigma^{CF}(Au-U)/d\sigma^{CF}(Xe-U) \approx 100$. Ähnliche Unterschiede zeigen sich, wenn man diese Daten als Funktion von E_{lab}/A aufzeichnet.

Wir wollen jetzt unsere Spaltquerschnitte mit den Resultaten anderer theoretischer Arbeiten vergleichen. Wilets, Guth und Tenn¹⁴⁾ gehen in ihren dynamischen klassischen Rechnungen von einem punktförmigen Projektil aus, das sich entlang einer Rutherfordhyperbel bewegt. Als Freiheitsgrade des Targetkerns werden nur a_0 -Schwingungen und Rotationen um den Eulerwinkel $\mathcal{J}_2$ betrachtet. Der Abstand $\Delta\beta$ zwischen dem Grundzustandsminimum und der Spaltbarriere im eindimensionalen Potential $V(a_0)$ ist bei ihnen ein freier Parameter; gerechnet werden Kurven für $\Delta\beta = 0.5, 1.0$ und 1.5 . Nach heutigen experimentellen Erkenntnissen ist nur $\Delta\beta = 0.5$ realistisch (vgl. Fig.3). Bedingt durch das klassische Modell setzt die Spaltung im Xe-U System plötzlich bei $E_{cm} \approx 440$ MeV ein. Da Kernkräfte in der Theorie fehlen, wächst die Anregungsfunktion monoton. Für die Einschußenergien $E_{cm} = 450, 460$ und 470 MeV ergeben sich differentielle Coulombspaltquerschnitte von 17, 27 und 31 mb/sr. Diese Werte sind offenbar um 1 bis 2 Größenordnungen zu hoch. Der entscheidendste Nachteil der klassischen Rechnungen aber liegt darin, daß sie den für

die Unterscheidung von Transferspaltung besonders wichtigen Bereich $E_{cm} \lesssim 430$ MeV nicht zu beschreiben vermag; hier ist $d\sigma^{CF}/d\Omega_{cm} \equiv 0$.

Beyer und Winther führten die ersten quantenmechanischen Berechnungen zur Coulombspaltung durch. In ihrer ursprünglichen Arbeit¹⁵⁾ werden γ -Schwingungen und Rotationen vernachlässigt. Durch Diagonalisierung erhalten die Autoren in dem kubischen Potential von Wilets 6 gebundene Vibrationsniveaus. Es wird angenommen, daß die Coulombanregungswahrscheinlichkeit des höchsten gebundenen Niveaus $P_{n=6}^{Cb}$ der Spaltwahrscheinlichkeit entspricht. Für Xe-U erhalten Beyer und Winther $d\sigma^{CF}/d\Omega_{cm}(180^\circ) \approx 0.1$ mb/sr bei $E_{cm} \approx 400$ MeV, was etwa mit unseren Ergebnissen übereinstimmt. Dieses Modell ist jedoch unserer Meinung nach in 3 wesentlichen Punkten unrealistisch:

- a) die Vernachlässigung der Rotationen steht im krassen Widerspruch zur experimentellen Erfahrung.
- b) das $n = 6$ β -Vibrationsniveau befindet sich etwa 0.7 MeV unterhalb der Spaltschwelle $E_F(I=0) = 6$ MeV; seine Tunnelwahrscheinlichkeit durch die Barriere kann deshalb nicht gleich 1 gesetzt werden. Sie liegt ungefähr bei 10^{-2} . Die Übereinstimmung mit dem Experiment wird damit zerstört. Auch wenn man ein weiteres Vibrationsniveau $n = 7$ in die Theorie einbaute, das dann energetisch oberhalb von E_F läge, würde der durch dieses Niveau hervorgerufene Spaltquerschnitt wegen des exponentiellen Absinkens der Coulombanregungswahrscheinlichkeit bei hohen Energien auf etwa 0.01 mb/sr im

System Xe-U reduziert - etwa 1 Größenordnung zu wenig.
c) nach unseren Betrachtungen in Kap. 4.2 ist es sehr unwahrscheinlich, daß die Coulombspaltung aus einem 6 Phonon- Vibrationsniveau erfolgt. Dieses dürfte mit hoher Wahrscheinlichkeit in Compoundkernzustände gedämpft werden.

In einer erweiterten Arbeit wurden dann von Beyer, Winther und Smilansky¹¹²⁾ auf jedes Vibrationsniveau etwa 10 - 14 Rotationszustände aufgesetzt. Die Ergebnisse änderten sich dadurch kaum. Dieses sehr überraschende Resultat ist durch eine inkonsistente Behandlung der Rotationsbanden zu erklären: es wurde nämlich angenommen, daß alle Rotationszustände einer Bande entartet sind. Das trifft sicherlich auf die 2 bis 3 untersten Mitglieder einigermaßen zu, ist aber bei höheren Spins eine extrem schlechte Näherung. Das Modell läßt damit eine Spaltung aus Vibrationszuständen mit mittlerer Phononanzahl durch Gewinnung von Rotationsenergie nicht zu. Gerade dieser Effekt ist nach unseren Rechnungen entscheidend für die Coulombspaltung!

Wir haben zum ersten Mal die Abhängigkeit der Coulombspaltung vom Projektilstreuwinkel ϑ_{cm} untersucht (Fig.32). Die 3 verwendeten Einschußenergien entsprechen den Minimalabständen $2a = 18.7, 17.9$ und 17.1 fm bei $\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$. Um die Rechenzeit nicht unnötig zu vergrößern, wurden die Kernkräfte außer Acht gelassen. Man erkennt, daß der Spaltquerschnitt bei Rückwärtswinkeln ein Maximum aufweist, sofern man relativ niedrige Projektilenergien verwendet. Im Bereich zwischen 140° und

180° ist $d\sigma^{CF}/d\Omega_{cm}$ nahezu konstant. Zu Vorwärtswinkeln hin fällt der Spaltquerschnitt exponentiell ab.

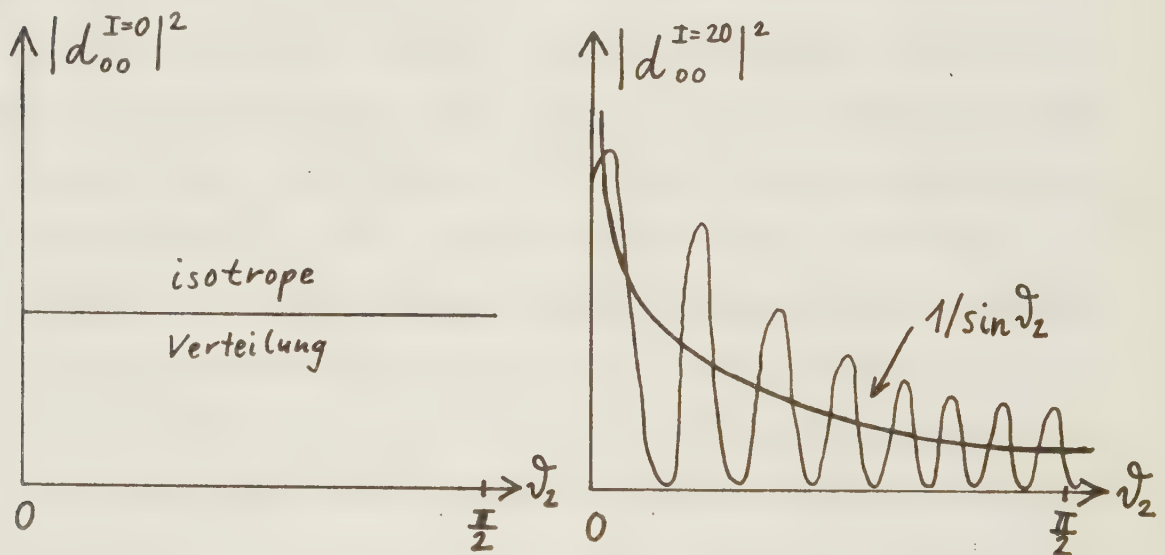
Durch Integration über $\mathcal{T}_{cm}$ erhalten wir totale Querschnitte für das System $^{132}\text{Xe}-^{238}\text{U}$, die in Fig.33 mit den von Franz et al.²²⁾ bei der GSI mittels radiochemischer Methoden gemessenen Daten verglichen sind. Die Meßpunkte geben wieder eine obere Grenze für Coulombspaltung an. Auch hier ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment bemerkenswert gut. Es sei darauf hingewiesen, daß sich durch die vernachlässigte Coulomb- Nuklear- Interferenz die theoretischen Querschnitte zu etwas niedrigeren Werten verschieben. Bei $E_{lab} = 4.93 \text{ MeV/A}$ erwarten wir eine Verminderung um ca. 50%.

Wir kommen nun auf die Winkelverteilung der Spaltfragmente zu sprechen. Wilets, Guth und Tenn¹⁴⁾ finden in ihren Rechnungen ein Maximum bei $\mathcal{T}_2 = 90^\circ$; damit könnte man die Coulombspaltung von transferinduzierter Spaltung trennen, die bei 0° bzw. 180° ihren höchsten Wert erreicht. Dem stehen die dynamischen klassischen Rechnungen von Holm und Greiner gegenüber, die für rückwärtsgestreute Projektile eine günstigste Orientierung von $\mathcal{T}_2 \approx 20^\circ$ für Coulombspaltung vorhersagen¹⁶⁾. Unsere quantenmechanischen Rechnungen bestätigen die letzteren Resultate. Aus Fig.34 erkennt man, daß wir für $^{136}\text{Xe}-^{238}\text{U}$ bei $\mathcal{T}_{cm} = 180^\circ$ unabhängig von der Einschußenergie stets eine Winkelverteilung $d\sigma^{CF}(\mathcal{T}_2)/d\Omega_2 \sim 1/\sin\mathcal{T}_2$ erhalten. Das bedeutet, daß die Spaltfragmente vorzugsweise in Strahlrichtung bzw. entgegengesetzt zum Strahl emittiert werden. Dieses Ergebnis befindet sich im Einklang mit den Zählerexperimenten von

Habs et al.²¹⁾. Wie kann man sich die Winkelverteilung erklären? Nach Gl.(4.17a) wird $dW^{CF}(\vartheta_2)/d\Omega_2$ durch die Rotationsmatrizen $d_{OK}^I(\vartheta_2)$ bestimmt, die mit den Legendre-Polynomen $P_I^K(\cos \vartheta_2)$ identisch sind. Sie hängt damit vom Spin und dessen Projektion auf die Intrinsicachse des spaltenden Kernels ab. Während sich für niedrige Drehimpulse eine nahezu isotrope Winkelverteilung ergibt, kann man die rasch oszillierende Funktion $|d_{OK}^I(\vartheta_2)|^2$ für Spins $I \gtrsim 20$ durch folgenden Ausdruck annähern(Ref.117,S.184)

$$|d_{OK}^I(\vartheta_2)|^2 \approx \pi^{-1} \left[(I + \frac{1}{2})^2 \sin^2 \vartheta_2 - K^2 \right]^{-1/2}. \quad (4.18)$$

Bei nicht allzu hohen K- Werten resultiert demnach ein $1/\sin \vartheta_2$ - Verhalten.



Diese experimentellen und theoretischen Fragment- Winkelverteilungen sind ein starkes Indiz dafür, daß die Coulombspaltung nicht aus Spin 0, sondern aus höheren Spins erfolgt.

4.4 Einige Gedanken zur "prompten" Coulombspaltung

Bei unseren Betrachtungen gehen wir vom Gesamthamiltonoperator (4.2) für die Targetkernanregung aus. Das in H_0 enthaltene Kollektivpotential $V_{coll}^{Targ}(\alpha)$ und die Wechselwirkung zwischen dem Monopolmoment des Projektils und dem Quadrupolmoment des Targetkerns läßt sich zu einem Gesamtpotential

$$V^{Targ}(\alpha, \vec{r}) = V_{coll}^{Targ}(\alpha) + V_{coupl}(\alpha, \vec{r}) \quad (4.19)$$

zusammenfassen. Es beschreibt die Veränderung der Deformationsenergie durch die Anwesenheit des Projektils. Im folgenden interessieren wir uns ausschließlich für die Coulombwechselwirkung. Nach Gl.(2.33) gilt

$$V_{coupl}(\alpha, \vec{r}) = \frac{4\pi z_1 e}{5r^3} \sum_{m=-2}^{+2} M^{Targ}(E2, m) Y_{2m}(\vartheta_r, \varphi_r). \quad (4.20a)$$

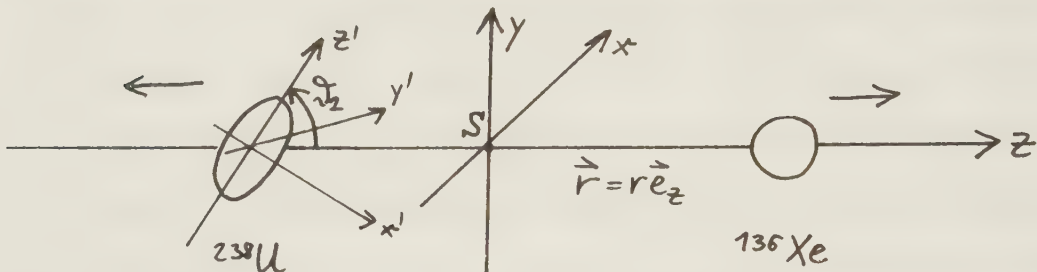
Berechnet man das Quadrupolmoment im Kollektivmodell bis zu Termen der Ordnung α^2 und drückt die Laborkoordinaten α durch die intrinsischen Deformationen a_0, a_2 und die Eulerwinkel ϑ_j aus, so folgt (siehe auch (2.64))

$$M^{Targ}(E2, m) = \frac{3z_2 e R_{02}^2}{4\pi} \left\{ \mathcal{Q}_{m0}^2(\vartheta_j) \left[a_0 + \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (a_0^2 - 2a_2^2) \right] + (\mathcal{Q}_{m-2}^2(\vartheta_j) + \mathcal{Q}_{m+2}^2(\vartheta_j)) \left[a_2 - \frac{4}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} a_0 a_2 \right] \right\}. \quad (4.20b)$$

Spezialisiert man sich auf einen zentralen Stoß, so ist es zweckmäßig, das Koordinatensystem so zu legen, daß der Abstandsvektor $\vec{r}$ der Kerne in z-Richtung weist ($\vec{r} = r \vec{e}_z$). Die Abbildung auf der folgenden Seite verdeutlicht noch einmal die physikalische Situation. Wegen $Y_{2m}(\vartheta_r=0, \varphi_r) =$

$\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \delta_{mo}$ folgt

$$V_{\text{coupl}}(a_0, a_2, \vartheta_j, r) = \frac{4\pi z_1 e}{5r^3} M^{\text{Targ}}(E2, 0) \sqrt{\frac{5}{4\pi}}. \quad (4.21)$$



Vernachlässigt man die γ -Vibrationen, so erhält man für das Quadrupolmoment des Targetkerns den einfachen Ausdruck

$$M^{\text{Targ}}(E2, 0) = \frac{3z_1 z_2 e R_{02}^2}{4\pi} D_{00}^2(\vartheta_j) \left(a_0 + \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} a_0^2 \right). \quad (4.22)$$

Die Rotationsmatrix $D_{00}^2(\vartheta_j) = d_{00}^2(\vartheta_2) = 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta_2$ hängt nur noch vom Eulerwinkel ϑ_2 zwischen dem Abstandsvektor $\vec{r}$ und der Symmetrieachse z' ab. Es resultiert

$$V_{\text{coupl}}(a_0, \vartheta_2, r) = \frac{3z_1 z_2 e^2 R_{02}^2}{5r^3} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(a_0 + \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} a_0^2 \right) \times \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta_2 \right). \quad (4.23)$$

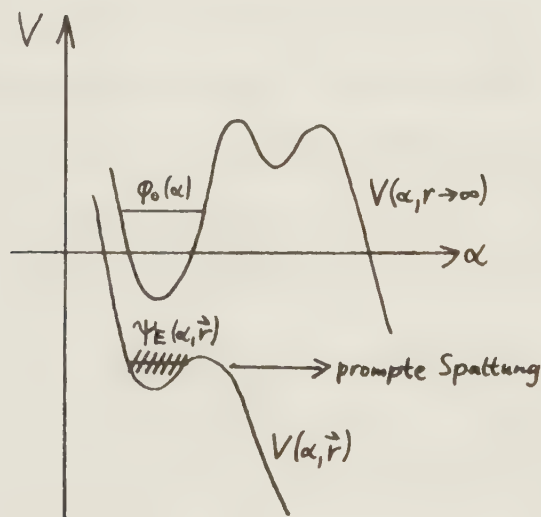
Das Vorzeichen des Kopplungspotentials wird durch den Winkel ϑ_2 bestimmt. Für die Orientierung $\vartheta_2 = 0$ ergibt sich ein positiver Wert, für $\vartheta_2 = \frac{\pi}{2}$ wird V_{coupl} negativ. Wegen des Faktors r^{-3} ist die Kopplung bei kleinen Relativabständen besonders stark.

Als Beispiel betrachten wir die Veränderung der Deformationsenergie des ^{238}U Kerns durch ein ^{136}Xe Projektil im Abstand $r = 17 \text{ fm}$ (Fig.35). Weist die U- Symmetrieachse

in Richtung des Abstandsvektors $\vec{r}$ ($\mathcal{J}_2 = 0$), so wird der Targetkern praktisch stabil gegen Spaltung, während für die senkrechte Orientierung $\mathcal{J}_2 = \frac{\pi}{2}$ die Energiedifferenz zwischen Grundzustandsminimum und Sattelpunkt nur noch 2 MeV beträgt.

Fig. 36 zeigt, wie im U-U System bei einer Symmetrieachsenorientierung senkrecht zur Verbindungslinie der Kernmittelpunkte die Spaltbarriere von 6 MeV bei $r = 50$ fm auf 2.5 MeV bei $r = 20$ fm (relativ zum jeweiligen Grundzustandsminimum) abgesenkt wird. Bei $r \approx 17$ fm verschwindet E_F durch die Coulomb-Wechselwirkung sogar völlig; man hat aber zu bedenken, daß hier bereits die Wechselwirkungsbarriere liegt¹¹⁶⁾, d.h. $d\sigma^{el}/d\sigma^{Ruth} = 0.25$, so daß der Einfluß der Kernkräfte nicht mehr vernachlässigt werden kann. Betrachten wir nun einen zentralen U-U Stoß im Schwerpunktsystem. Die Einschußenergie sei so gewählt, daß $r_{min} = 20$ fm gilt. Mit Hilfe von Fig. 36 kann man verfolgen, wie sich die Barrierenhöhe als Funktion der Stoßzeit t ändert. Bei Annäherung der Kerne nimmt E_F wegen $V_{coupl}(t) \sim r^{-3}(t)$ rasch ab und erreicht am Umkehrpunkt der klassischen Bahn den minimalen Wert 2.5 MeV. Danach, wenn sich die Kerne voneinander entfernen, wiederholt sich dieser Vorgang in umgekehrter Richtung und die Spaltschwelle kehrt wieder auf ihre ursprüngliche Höhe von 6 MeV zurück. Während der "Öffnungszeit der Barriere" T_{barr} besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit für "prompte" Coulombspaltung, die vom Verhältnis zwischen der Spaltzeit und der Barrieren-Erniedrigungszeit T_{barr} bestimmt wird.

Zunächst soll das statische Problem (festgehaltener Relativabstand r der Kerne) theoretisch behandelt werden. Der Einfachheit halber betrachten wir nur einen einzigen quasigebundenen Zustand $\varphi_0(\alpha)$ im Potential $V^{\text{Targ}}(\alpha, r \rightarrow \infty) \equiv V_{\text{coll}}^{\text{Targ}}(\alpha)$. Er soll soweit unterhalb der Spaltschwelle $E_F(r \rightarrow \infty)$ liegen, daß man seine Breite vernachlässigen kann (z.B. das $0^+\beta$ - Vibrationsniveau in ^{238}U).



Aufgrund der Monopol- Quadrupol- Wechselwirkung mit dem Projektil wird dieser Zustand energetisch abgesenkt und durch die gleichzeitige Erniedrigung der Barriere stark verbreitert, wodurch der Targetkern spalten kann. Offensichtlich ist unser Problem formal analog zum Eintauchen der quasimolekularen K- Schale in den Diracsee. Dort führt das überkritische Zusatzpotential $V(Z'(\vec{r})) = V(Z(\vec{r})) - V(Z_{\text{cr}}=173)$ zur Verringerung der Energie des $1s$ - Zustandes und zur Konfigurationsmischung mit den Kontinuumszuständen, wodurch der spontane Zerfall des neutralen e^+e^- Vakuums erfolgt^{2,3)}.

Wir versuchen deshalb eine Beschreibung im Fano- Formalismus⁸⁶⁾. Als Basis werden hier die Eigenfunktionen des

Operators $H^{\text{Targ}}(\alpha, r \rightarrow \infty) \equiv H_0(\alpha)$ verwendet (vgl. (4.4))

$$\begin{aligned} H_0^{\text{Targ}}(\alpha) \varphi_0(\alpha) &= E_0 \varphi_0(\alpha) \\ H_0^{\text{Targ}}(\alpha) \varphi_E(\alpha) &= E \varphi_E(\alpha) \end{aligned} \quad (4.24)$$

mit

$$\langle \varphi_0 | \varphi_0 \rangle = 1, \quad \langle \varphi_0 | \varphi_E \rangle = 0, \quad \langle \varphi_{E'} | \varphi_E \rangle = \delta(E' - E). \quad (4.25)$$

Zur Lösung der stationären Schrödingergleichung für den Gesamthamiltonoperator (4.2)

$$H^{\text{Targ}}(\alpha, \vec{r}) \psi_E(\alpha, \vec{r}) = E \psi_E(\alpha, \vec{r}) \quad (4.26)$$

entwickeln wir den "überkritischen" Zustand ψ_E nach den Eigenfunktionen (4.24)

$$|\psi_E(\alpha, \vec{r})\rangle = \alpha(E, \vec{r}) |\varphi_0(\alpha)\rangle + \int dE' b_{E'}(E, \vec{r}) |\varphi_{E'}(\alpha)\rangle. \quad (4.27)$$

Durch Einsetzen dieser Wellenfunktion in Gl. (4.26) und Projektion mit $\langle \varphi_0 |$ bzw. $\langle \varphi_{E'} |$ erhalten wir 2 gekoppelte Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten a und $b_{E'}$ von der Form

$$\begin{aligned} (E_0 + \Delta E(\vec{r})) \alpha(E, \vec{r}) + \int dE' b_{E'}(E, \vec{r}) V_{E'}^*(\vec{r}) &= E \alpha(E, \vec{r}) \\ V_{E'}(\vec{r}) \alpha(E, \vec{r}) + b_{E'}(E, \vec{r}) E' + \int dE'' b_{E''}(E, \vec{r}) V_{E'E''}(\vec{r}) &= E b_{E'}(E, \vec{r}). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Um die Analogie zur QED sichtbar zu machen, wurden dieselben Abkürzungen für die Matrixelemente benutzt

$$\begin{aligned} \Delta E(\vec{r}) &= \langle \varphi_0(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}) | \varphi_0(\alpha) \rangle \\ V_{E'}(\vec{r}) &= \langle \varphi_{E'}(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}) | \varphi_0(\alpha) \rangle \\ V_{E'E''}(\vec{r}) &= \langle \varphi_{E'}(\alpha) | V_{\text{coupl}}(\alpha, \vec{r}) | \varphi_{E''}(\alpha) \rangle. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die Lösung der Gleichungen (4.28) kann direkt aus Ref.3 bzw. 86 übernommen werden. Unter Vernachlässigung der Kontinuum- Kontinuum- Wechselwirkung $V_{E'E''}$ erhält man

$$a(E, \vec{r}) = \frac{V_{E'}^*(\vec{r})}{E - (E_0 + \Delta E(\vec{r})) + i\pi |V_E(\vec{r})|^2} \quad (4.30)$$

$$b_{E'}(E, \vec{r}) = \delta(E - E') + \frac{a(E, \vec{r}) V_{E'}(\vec{r})}{E - E' - i\epsilon}.$$

Analog zur Berechnung der Autoionisationsspektren der Positronen⁵⁾ läßt sich durch Vorgabe einer klassischen Relativbewegung $\vec{r}(t)$ der Kerne eine dynamische Beschreibung durchführen. Die Spaltrate bei der Gesamtenergie E zum Zeitpunkt t ergibt sich aus Fermi's goldener Regel

$$P_f(E, t) = \frac{2\pi}{\hbar} |V_E(t)|^2 \rho = \frac{\Gamma_E(t)}{\hbar} \rho. \quad (4.31)$$

Im Unterschied zum Vakuumzerfall hängt bei der Coulomb-spaltung die Dichte der Endzustände ρ von den Koeffizienten $b_{E'}(E, t)$ ab, da der Übergang vom gebundenen Niveau φ_0 ins Kontinuum φ_E erfolgt, während in der QED ein Kontinuumselektron die leere K- Schale besetzt.

Während man die Energieverschiebung $\Delta E(\vec{r})$ in Gl.(4.29) mit Hilfe der RVM- Wellenfunktionen berechnen kann, wird man für die Spaltbreite

$$\Gamma_E(t) = 2\pi |V_E(t)|^2 = 2\pi |\langle \varphi_E | V_{coupl}(t) | \varphi_0 \rangle|^2 \quad (4.32)$$

vermutlich einen phänomenologischen Ansatz machen müssen; dabei ist klar, daß $\Gamma_E(t)$ mit der Höhe der Spaltbarriere $E_F(t)$ korreliert ist.

Gibt es einen Zusammenhang zwischen der "asymptotischen"

und der "prompten" Coulombspaltung? In beiden Fällen erfolgt die Spaltung durch die Monopol- Multipol- Wechselwirkung zwischen Projektil- und Targetkern. Die zunächst scheinbar beziehungslosen Spaltmoden sind lediglich verschiedene Grenzfälle desselben physikalischen Vorgangs : Verläuft die Bewegung des Projektils sehr langsam im Vergleich zur Spaltzeit ($T_{\text{coll}} \gg T_f$), so findet praktisch keine Coulombanregung statt. In diesem Fall dominiert die durch Absenkung der Spaltbarriere verursachte "prompte" Coulombspaltung. Ist dagegen die Kollisionszeit und damit auch die "Öffnungszeit" T_{barr} der dynamischen Barriere $E_F(t)$ so gering, daß $T_{\text{barr}} \ll T_f$, dann ist nur die "asymptotische" Spaltung als Folge der Coulombanregung möglich.

Da beide Spaltmechanismen durch denselben Hamiltonoperator (4.2) beschrieben werden, müssen sie in der asymptotischen wie in der molekularen Basis formulierbar sein. Wären wir in der Lage, die gekoppelten Gleichungen in der asymptotischen (Coulombanregungs-) Basis exakt zu lösen, wäre automatisch die prompte Coulombspaltung mit enthalten; sie ist nur in dieser "sudden"- Basis schwer zu erkennen (ebenso wie die Coulombanregung des Targetkerns in der molekularen Basis nicht ohne weiteres ersichtlich wäre!) und deshalb vermutlich auch nicht abtrennbar. Da wir in unseren numerischen Coulombspaltungsrechnungen die Anregungsamplituden $a_n(t \rightarrow \infty)$ verwendet haben, kann der "prompte" Anteil (bei $t \approx 0$) nicht in unseren Querschnitten σ^{CF} enthalten sein.

5. Schlußfolgerungen und Ausblick

Im ersten Teil dieser Arbeit wurden gekoppelte Kanalrechnungen zur Coulomb- und Nuklear- Anregung von Aktiniden durch sehr schwere Projektilionen (Xe,U) durchgeführt. Soweit uns bekannt ist, handelt es sich dabei um die ersten Rechnungen, in denen das Verhalten der Nebengruppen (erste β - und γ - Vibrationsbande in ^{238}U) bei hohen Spins genauer untersucht wurde : die Anregungswahrscheinlichkeiten sind als Funktion der Stoßzeit, der Einschußenergie und des Projektilstreuwinkels angegeben. Ferner wurde die Spinverteilung $P(J)$ für verschiedene Rotationsbanden und die mittlere Anregungsenergie der Kerne als Funktion von E_{lab} ermittelt. Da in den bisherigen Schwerionenexperimenten fast ausschließlich die gs- Bande studiert wurde, ist ein quantitativer Vergleich mit den Messungen noch nicht möglich. Dagegen lassen sich die gemessenen Energieniveaus der gs- Bande mit dem in unserer Theorie verwendeten Rotations- Vibrations- Modell (RVM) vergleichen. Selbst bei $J=24$ erhält man eine recht gute Übereinstimmung.

Diese Rechnungen dienten als Basis für das Studium von Folgeprozessen der Coulombanregung. Neben dem γ - Zerfall und der inneren Konversion wurde hauptsächlich die innere e^+e^- Paarbildung betrachtet. Sie liefert einen nicht vernachlässigbaren Hintergrund zur Positronerzeugung durch QED- Effekte (spontaner und induzierter Zerfall des neutralen e^+e^- Vakuums, Shake- off). Daher wurden für eine

ganze Reihe von Schwerionensystemen im Massenbereich $50 \leq A \leq 238$ Querschnitte für die "Coulombanregungspositionen" berechnet. Quantitative Schlußfolgerungen sind vor allem im ^{208}Pb - ^{208}Pb System möglich, das theoretisch wesentlich leichter beschrieben werden kann als die stark deformierten Aktinidenkerne. Ein Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den gemessenen differentiellen und totalen Paarbildungsquerschnitten bestätigt unseres Erachtens zweifelsfrei die Existenz der QED- Positronen in diesem Schwerionensystem. Nach der Theorie werden hier die e^+e^- Paare hauptsächlich durch das Abschütteln der virtuellen Vakuumpolarisationsladungswolke gebildet.

Besonders interessant ist für uns das überkritische ^{238}U - ^{238}U System. Wenngleich hier noch keine endgültigen Aussagen gemacht werden können, so scheint doch die von uns vorhergesagte stark unterschiedliche Abhängigkeit der QED- bzw. Coulombanregungspositronen vom Projektilstreuwinkel¹⁰⁻¹²⁾ eine Möglichkeit zur Trennung zu bieten. Bei Vorwärtsstreuwinkeln ($\vartheta_{\text{cm}} \approx 20^\circ - 60^\circ$) und hohen Einschußenergien findet man im Experiment $d\sigma_{\text{QED}}^{e^+e^-} / d\sigma_{\text{Cb}}^{e^+e^-} \approx 10$. Möglicherweise ist damit neben dem Shake- off auch der induzierte Vakuumzerfall nachgewiesen.

Im letzten Kapitel haben wir weitere Untersuchungen zur Coulombspaltung durchgeführt. Es ist bemerkenswert, daß die entwickelte quantenmechanische Theorie unter Berücksichtigung der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung sowohl die für Xe-U gemessene Anregungsfunktion bei $\vartheta_{\text{cm}} \approx 180^\circ$ als auch die $1/\sin^2 \vartheta$ -Winkelverteilung der

Spaltfragmente bei niedrigen Projektilenergien richtig wiedergibt. In diesem Bereich erwartet man eine nahezu reine Coulombspaltung. Ein quantitativer Vergleich bei höheren Einschußenergien wird erst möglich, wenn man im Experiment durch Identifikation der rückgestreuten Kerne die transferinduzierte Spaltung abtrennen kann. Es sei erwähnt, daß auch die nach Integration der Ion- Winkelverteilung $d\sigma^{CF}/d\Omega_{cm}$ erhaltenen totalen Spaltquerschnitte mit radiochemischen Analysen bei der GSI in Einklang stehen.

Trotz dieses Erfolges gibt es aber noch einige offene Probleme: die Spinabhängigkeit der Spaltschwelle wird durch das Trägheitsmoment des RVM nicht richtig wiedergegeben. Daher ist eine Erweiterung des Rotations- Vibrations- Modells zu höheren Deformationen geplant. Auch wird man in den zukünftigen Rechnungen noch höhere β -Vibrationsbanden berücksichtigen müssen; aus numerischen Gründen ist das aber nur bei Rückwärtsstreuung möglich. Die Coulombspaltung ist nicht nur ein neuer Spaltmechanismus neben der spontanen und teilcheninduzierten Spaltung. Man kann hierdurch Informationen über die Anregung der β - Vibrationsbanden bei mittleren bis hohen Spins gewinnen. Die Frage, ob Vibrationsniveaus mit 4 oder mehr β - Phononen in Compoundkernzustände gedämpft werden oder nicht, läßt sich entscheiden. Damit erhält man auch Aufschluß über die Schnelligkeit der Spaltung.

Der wohl faszinierendste Aspekt aber liegt in der Möglichkeit, durch die "prompte" Coulombspaltung erstmals

eine zeitlich veränderliche Spaltbarriere auszunutzen. Quantenmechanisch berechnete Wirkungsquerschnitte liegen bisher nur für die "asymptotische" Spaltung vor. In dieser Arbeit wurde jedoch ein Weg zur Berechnung des prompten Anteils aufgezeigt; es ergibt sich dabei eine formale Analogie zur Behandlung des spontanen Vakuumzerfalls in der QED. Vor allem die U-U Experimente von Bock et al. (Ref.116), die nicht durch Spaltung nach Coulombanregung erklärbar sind, scheinen auf die Existenz des prompten Spaltmodes hinzudeuten.

Literaturverzeichnis

- 1) W. Pieper and W. Greiner, Z. Physik 218 (1969) 327
- 2) B. Müller, J. Rafelski and W. Greiner, Z. Physik
257 (1972) 62 u. 183
- 3) B. Müller, H. Peitz, J. Rafelski and W. Greiner,
Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1235
- 4) Ya. B. Zeldovich and V. S. Popov, Sov. Phys. - Usp.
14 (1972) 673
- 5) H. Peitz, B. Müller, J. Rafelski and W. Greiner,
Lett. Nuovo Cim. 8 (1973) 37
- 6) J. Rafelski, B. Müller and W. Greiner, Nucl. Phys.
B68 (1974) 585
- 7) K. Smith, H. Peitz, B. Müller and W. Greiner, Phys.
Rev. Lett. 32 (1974) 554
- 8) M. S. Marinov and V. S. Popov, Sov. J. Nucl. Phys.
20 (1975) 641
- 9) G. Soff, J. Reinhardt, B. Müller and W. Greiner,
Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 592
- 10) V. Oberacker, G. Soff and W. Greiner, Phys. Rev. Lett.
36 (1976) 1024
- 11) V. Oberacker, G. Soff and W. Greiner, Nucl. Phys.
A259 (1976) 324
- 12) V. Oberacker, G. Soff and W. Greiner, Proceedings of
the International School-Seminar on Reactions of Heavy
Ions with Nuclei and Synthesis of New Elements,
Dubna, 1975, S. 235
- 13) E. Guth and L. Wilets, Phys. Rev. Lett. 16 (1966) 30

- 14) L. Wilets, E. Guth and J. S. Tenn, Phys. Rev. 156
(1967) 1349
- 15) K. Beyer and A. Winther, Phys. Lett. 30B (1969) 296
- 16) H. Holm and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 26 (1971)
1647
- 17) H. Holm and W. Greiner, Nucl. Phys. A195 (1972) 333
- 18) V. Oberacker, G. Soff and W. Greiner, The dependence
of Coulomb fission on nuclear structure, Vordruck,
Mai 1977, erscheint in J. Phys. G 3, Nr.12 (1977)
- 19) V. Oberacker, G. Soff and W. Greiner, Coulomb fission
of ^{238}U , erscheint in Proceedings of the International
Conference on Resonances in Heavy Ion Reactions,
Hvar, Jugoslawien (1977)
- 20) P. Colombani, P. A. Butler, I. Y. Lee, D. Cline, R.
M. Diamond, F. S. Stephens and D. Ward, Phys. Lett.
B65 (1976) 39
- 21) D. Habs, V. Metag, J. Schukraft, H. J. Specht, C. O.
Wene and K. Hildenbrand, Z. Physik A283 (1977) 261
- 22) G. Franz, H. Ahrens, W. Bröchle, H. Folger, J.-V.
Kratz, M. Schädel, I. Warnecke und G. Wirth, Experimente zur
Coulombspaltung, GSI - Jahresbericht 1976,
S. 41, GSI Darmstadt
- 23) K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson and A. Win-
ther, Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 432, abgedruckt in
Ref. 24)
- 24) Eine Kollektion der frühen Arbeiten zur Theorie der
Coulombanregung findet man in : K. Alder and A. Win-
ther, Eds., Coulomb excitation, Academic Press,
New York and London (1966)

- 25) L. C. Biedenharn and P. J. Brussard, Coulomb excitation, Clarendon Press, Oxford 1965
- 26) K. Alder and A. Winther, Electromagnetic Excitation - Theory of Coulomb excitation with Heavy Ions, North - Holland, Amsterdam (1975)
- 27) A. Winther and J. de Boer, A Computer Program for Multiple Coulomb excitation, Cal. Inst. of Techn., Report 18-11-65, abgedruckt in Ref. 24)
- 28) F. Videbaek, I. Chernov, P. R. Christensen and E. E. Gross, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1072
- 29) F. D. Becchetti, D. G. Kovar, B. G. Harvey, J. Mahoney, B. Mayer and F. G. Pühlhofer, Phys. Rev. C6 (1972) 2215
- 30) R. A. Broglia, S. Landowne and A. Winther, Phys. Lett. 40B (1972) 293
- 31) P. R. Christensen, I. Chernov, E. E. Gross, R. Stockstad and F. Videbaek, Nucl. Phys. A207 (1973) 433
- 32) V. Oberacker, H. Holm and W. Scheid, Phys. Rev. C10 (1974) 1917
- 33) A. R. Barnett, D. H. Feng and L. J. B. Goldfarb, Phys. Lett. 48B (1974) 290
- 34) I. Y. Lee, J. X. Saladin, C. Baktash, J. E. Holden and J. O'Brien, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 383
- 35) F. Videbaek, P. R. Christensen, O. Hansen and K. Ulbak, Nucl. Phys. A256 (1976) 301
- 36) M. W. Guidry, H. Massmann, R. Donangelo, and J. O. Rasmussen, Nucl. Phys. A274 (1976) 183
- 37) H. Holm, D. Scharnweber, W. Scheid and W. Greiner, Z. Physik 231 (1970) 450

- 38) W. Scheid and W. Greiner, Z. Physik 226 (1969) 364
- 39) H. A. Bethe, Ann. Rev. Nuc. Sci. 21 (1971) 93
- 40) V. Oberacker, Überlagerung von Coulomb- und Kernkräften in der Schwerionenstreuung, Diplomarbeit, Institut für Theor. Physik, Univ. Frankfurt (1973)
- 41) V. Oberacker and G. Soff, Multiple Coulomb and nuclear excitation of ^{238}U with very heavy ions, Vordruck (August 1977)
- 42) K. A. Erb, R. R. Betts, D. L. Hanson, M. W. Sachs, R. L. White, P. P. Tung and D. A. Bromley, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 670
- 43) J. M. Eisenberg and W. Greiner, Nuclear Theory, Bd. 1, North-Holland, Amsterdam (1970)
- 44) G. Gneuß and W. Greiner, Nucl. Phys. A171 (1971) 449
- 45) M. Sedlmayr, Dissertation, Institut für Theor. Physik, Universität Frankfurt (1976)
- 46) P. Hess, Diplomarbeit, Institut für Theor. Physik, Universität Frankfurt (1977)
- 47) E. Chacón and M. Moshinsky, Journal of Math. Phys. Vol. 18, Nr. 15 (1977) 870
- 48) A. Faessler, W. Greiner and R. K. Sheline, Nucl. Phys. 70 (1965) 33
- 49) B. B. Back, O. Hansen, H. C. Britt and J. D. Garret, Phys. Rev. C9 (1974) 1924
- 50) C. E. Bemis, F. K. Mc Gowan, J. L. C. Ford, W. T. Milner, P. H. Stelson and R. L. Robinson, Phys. Rev. C8 (1973) 1466
- 51) F. K. Mc Gowan, C. E. Bemis, W. T. Milner, J.L.C. Ford, R. L. Robinson, and P. H. Stelson,

Phys. Rev. C10 (1974) 1146

- 52) M. W. Guidry, E. Eichler, N. R. Johnson, G. D. O'Kelly, R. J. Sturm and R. O. Sayer, Phys. Rev. C12 (1975) 1937
- 53) E. Grosse, J. de Boer, R. M. Diamond, F. S. Stephens, and P. Tjøm, Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 565
- 54) E. Grosse, Vielfachcoulombanregung von Rotationszuständen in schweren Kernen, Max Planck - Institut für Kernphysik, Heidelberg, MPIH - 1975 - V26
- 55) Jahresbericht 1976, GSI Darmstadt, S. 66 - 68
- 56) D. Ward, P. Colombani, I. Y. Lee, P. A. Butler, R. J. Simon, R. M. Diamond and F. S. Stephens, Nucl. Phys. A266 (1976) 194
- 57) M. W. Guidry, P. A. Butler, P. Colombani, I. Y. Lee, D. Ward, R. M. Diamond, F. S. Stephens, E. Eichler, N. R. Johnson, and R. Sturm, Nucl. Phys. A266 (1976) 228
- 58) E. Eichler, N. R. Johnson, R. O. Sayer, D. C. Hensley and L. L. Riedinger, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 568
- 59) N. R. Johnson, R. J. Sturm, E. Eichler, M. W. Guidry, G. D. O'Kelley, R. O. Sayer and D. C. Hensley, N. C. Singhal and J. H. Hamilton, Phys. Rev. C12 (1975) 1927
- 60) M. W. Guidry, R. J. Sturm, N. R. Johnson, E. Eichler, G. D. O'Kelley, N. C. Singhal and R. O. Sayer, Phys. Rev. C13 (1976) 1164
- 61) H. J. Wollersheim and Th. W. Elze, Z. Physik A280 (1977) 277

- 62) H. J. Specht, Rev. Mod. Phys. 46 (1974) 773
- 63) Y. A. Ellis, Nucl. Data B4 (1970) 635
- 64) E. Grosse, D. Schwalm und H. J. Wollersheim, GSI
Darmstadt, private Mitteilung
- 65) J. de Boer, Universität München, private Mitteilung
- 66) H. Holm, " Coulombspaltung ", Dissertation, Institut
für Theor. Physik, Universität Frankfurt (1971)
- 67) F. Röscl, J. X. Saladin and K. Alder, Quantum
mechanical coupled channels code for Coulomb
excitation, Comp. Phys. Comm. 8 (1974) 35
- 68) R. S. Hager and E. C. Seltzer, Nucl. Data A14 (1968) 1
- 69) M. E. Rose, Phys. Rev. 76 (1949) 678
- 70) W. Berestezki and I. M. Shmushkevich, J. Exp. Theor.
Phys. 19 (1949) 592
- 71) A. Achieser, W. Berestezki, Quantenelektrodynamik,
Frankfurt am Main 1962
- 72) J. C. Jaeger and H. R. Hulme, Proc. Roy. Soc.
148 (1935) 708
- 73) R. J. Lombard, Helv. Phys. Acta 37 (1964) 3
- 74) B. N. Belyaev, Sov. Journ. Nucl. Phys. 14 (1972) 641
- 75) R. Wilson in " Alpha-, Beta- and Gamma- Ray
Spectroscopy ", herausgeg. von K. Siegbahn, North-
Holland, Amsterdam (1965), S. 1557
- 76) S. Schumann und M. Waldschmidt, Z. Physik 271
(1974) 97
- 77) P. Schlüter, Diplomarbeit, Institut für Theor.
Physik, Universität Frankfurt (1978)

- 78) W. Schäfer, Diplomarbeit, Institut für Theor. Physik,
Universität Frankfurt (1975)
- 79) W. Schäfer and G. Soff, Nuovo Cim. 31B (1976) 250
- 80) W. Schäfer, V. Oberacker and G. Soff, Nucl. Phys.
A272 (1976) 493
- 81) A. Messiah, Quantum Mechanics, Vol.2, North- Holland,
Amsterdam (1970)
- 82) A. S. Dawydow, Quantenmechanik, VEB Deutscher Verlag
der Wissenschaften, Berlin (1970), S. 404
- 83) J. S. Greenberg, " Considerations on a Proposal for
Positron Production in Supercritical Fields of
Colliding Heavy Ions ", Yale University (1975)
- 84) J. Reinhardt, G. Soff and W. Greiner, Z. Physik
A276 (1976) 285
- 85) G. Soff, B. Müller and J. Rafelski, Z. Naturf. 29a
(1974) 1267
- 86) U. Fano, Phys. Rev. 124 (1961) 1866
- 87) J. Reinhardt and W. Greiner, " Quantum electrodynamics
of strong fields ", Rep. Prog. Phys. 40 (1977) 219
- 88) J. Rafelski, L. P. Fulcher and A. Klein, " Fermions
and Bosons Interacting with Arbitrarily Strong
External Fields ", Phys. Rep. , wird veröffentlicht
- 89) W. Scheid and W. Greiner, " Heavy Ion Physics ",
ed. R. Bock, North- Holland, Amsterdam, im Druck
- 90) S. J. Brodsky and P. J. Mohr, "Quantum Electrody-
namics in Strong and Supercritical Fields", Feb.1977,
wird veröffentlicht in "Heavy Ion Atom Physics",
ed. I. A. Sellin, Springer Verlag

- 91) B. Müller, "Positron Creation in Superheavy Quasi-molecules", *Ann. Rev. Nucl. Science* 26 (1976) 351
- 92) W. E. Meyerhof, "X- rays from Coalescing Atoms", *Science* 193 (1976) 839
- 93) J. Reinhardt, Dissertation, Inst. für Theor. Physik, Universität Frankfurt (1978)
- 94) B. Müller and W. Greiner, *Z. Naturf.* 31a (1976) 1
- 95) J. Rafelski and B. Müller, *Phys. Rev. Lett.* 36 (1976) 517
- 96) W. Betz, Diplomarbeit, Inst. für Theor. Physik. Universität Frankfurt (1976)
- 97) B. Müller, V. Oberacker, J. Rafelski, J. Reinhardt, G. Soff and W. Greiner, "Positron Production in Heavy Ion Collisions", *Proc. Int. Conf. on Nuclear Physics*, Tokyo, Sept. 1977
- 98) G. Soff, Dissertation, Inst. für Theor. Physik, Universität Frankfurt (1976)
- 99) A.M.R. Joye, A.M. Baxter, M.P. Fewell, D.C. Kean and R.H. Spear, *Phys. Rev. Lett.* 38 (1977) 807
- 100) H. Backe, J.S. Greenberg, E. Kankaleit et al., GSI Darmstadt, wird veröffentlicht
- 101) H. Backe, E. Berdermann, H. Bokemeyer, J.S. Greenberg, E. Kankaleit, P. Kienle, Ch. Kozhuharov, L. Handschug, Y. Nakayama, L. Richter, H. Stettmeier, F. Weik and R. Willwater, X. ICPEAC, Paris (1977), Abstract of papers, S.162
- 102) H. Backe, H. Bokemeyer, J.S. Greenberg, L. Handschug, F. Heßberger, E. Kankaleit, Y. Nakayama, L. Richter, P. Vincent, F. Weik and R. Willwater,

- Proc. Int. Conf. on Nuclear Physics, Tokyo, 1977
- 103) B. Müller, V. Oberacker, J. Reinhardt, G. Soff
and W. Greiner, Proc. Int. Winter Meeting on
Nuclear Physics, Bormio, Italien (1977), S. 243
- 104) W. Betz, G. Heiligenthal, B. Müller, V. Oberacker,
J. Reinhardt, W. Schäfer, G. Soff and W. Greiner,
Int. Summer School on Nucl. Physics, Predeal,
Rumänien (1976)
- 105) B. Müller, R.K. Smith and W. Greiner, Phys. Lett.
53B (1975) 401
- 106) J. Kirsch, W. Betz, J. Reinhardt, G. Soff, B. Müller
and W. Greiner, Inst. für Theor. Physik, Universi-
tät Frankfurt (1977), wird veröffentlicht
- 107) W.E. Meyerhof, R. Anholt, Y. El Masri, I.Y. Lee,
D. Cline, F.S. Stephens and R.M. Diamond, Phys. Lett.
69B (1977) 41
- 108) W.E. Meyerhof, private Mitteilung
- 109) C. Kozhuharov, P. Kienle, E. Berdermann, H. Boke-
meyer, J.S. Greenberg, Y. Nakayama, P. Vincent,
H. Backe, L. Handschug, E. Kankaleit, L. Richter,
Proc. Int. Conf. on Nuclear Physics, Tokyo, 1977
- 110) T. Morović and W. Greiner, Z. Naturf. 31a (1976) 327
- 111) W. Scheid, private Mitteilung
- 112) K. Beyer, A. Winther and U. Smilansky, Proc. Int.
Conf. on nuclear reactions induced by heavy ions,
Heidelberg, Juli 1969 (North-Holland, 1970)
- 113) C. Ngô, J. Peter and B. Tamain, Nucl. Phys. A211
(1974) 37

- 114) C.E. Bemis, F. Plasil, R. L. Ferguson, E.E. Gross
and A. Zucker, Phys. Rev. C10 (1974) 1590
- 115) P.A. Butler, I.Y. Lee, J.O. Newton, Y.El Masri,
M.M. Aleonard, P. Colombani, R.M. Diamond, F.S.
Stephens, R.W. Loughheed and E.K. Hulet, Phys. Lett.
68B (1977) 122
- 116) R. Bock, A. Gobbi, W. Kohl, U. Lynen, R. Renfordt,
I. Rode, D. Schwalm, H. Stelzer, J. Junge, A. Olmi,
H. Sann und D. Pelte, "Streuung von Uran an Uran
und Blei", GSI Jahresbericht 1976, S.62, GSI Darm-
stadt
- 117) R. Vandenbosch and J.R. Huizenga, Nuclear Fission,
Academic Press, New York (1973)
- 118) J. Reinhardt, V. Oberacker, G. Soff, B. Müller and
W. Greiner, "Positron Emission in Almost Critical
Heavy Ion Collisions", Vordruck, Inst. für Theor.
Physik, Universität Frankfurt (1977)
- 119) W. Heisenberg, Der Teil und das Ganze, Deutscher
Taschenbuch Verlag, München (1973)

Tabelle 1

E2 - Übergangsmatrixelemente innerhalb der Grundzustandsbande von ^{238}U . Verglichen werden die theoretischen Resultate mit bzw. ohne Rotations- Vibrations- Wechselwirkung (RVW).

Übergang	$\langle (I+2)_g \parallel M(E2) \parallel I_g \rangle [\text{eb}]$	
	mit RVW	ohne RVW
$2^+ - 0^+$	3.51	3.51
$4^+ - 2^+$	5.67	5.62
$6^+ - 4^+$	7.24	7.09
$8^+ - 6^+$	8.60	8.30
$10^+ - 8^+$	9.85	9.34
$12^+ - 10^+$	11.0	10.3
$14^+ - 12^+$	12.2	11.1
$16^+ - 14^+$	13.3	12.0
$18^+ - 16^+$	14.4	12.7
$20^+ - 18^+$	15.4	13.4
$22^+ - 20^+$	16.4	14.1
$24^+ - 22^+$	17.4	14.7
$26^+ - 24^+$	18.3	15.3
$28^+ - 26^+$	19.2	15.9
$30^+ - 28^+$	20.1	16.5
$32^+ - 30^+$	20.9	17.0
$34^+ - 32^+$	21.6	17.6
$36^+ - 34^+$	22.3	18.1

System	E_{lab} [MeV/amu]	$2a$ [fm]	angeregtes Niveau J^π, E [MeV]	$\beta_{\text{EL}} \times 10^4$	σ_{cb} [mb]	$\sigma_{\text{cb}}^{\text{ete-}}$ [μb]
$^{58}_{28}\text{Ni} \rightarrow$ $\rightarrow$	3.103	12.5	$^{58}\text{Ni}, 2^+(1.453)$	0.72	406.4 ¹⁾	29 ¹⁾
		12.3	$^{60}\text{Ni}, 2^+(1.332)$	0.355	$^{60}\text{Ni}: 321.7$	$(^{60}\text{Ni}: 11.4) 25.9^1)$
$^{138}_{54}\text{Xe} \rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$	4.545	14.2	$\text{Ba}, 2^+(1.426)$	0.63	1372	86.5
		14.6	$\text{Ce}, 2^+(1.596)$	1.27	1181	150
		15.0	$\text{Nd}, 2^+(1.570)$	1.16	1190	138
$^{136}_{54}\text{Xe} \rightarrow$ $\rightarrow$	4.318	18.0	$\text{Xe}, 2^+(1.313)$	0.3075	936.5	28.8
			$\text{Pb}, 3^-(2.615)$	3.98	31.1 ²⁾	12.4 ²⁾
			$\text{Pb}, 2^+(4.086)$	12.07	1.20 ²⁾	1.50 ²⁾
$^{136}_{54}\text{Xe} \rightarrow$ $\rightarrow$	4.20	19.7	$\text{Xe}, 2^+(1.313)$	0.3075	754.6	23.2
	4.318	19.1			869.6	26.7

1) Querschnitt für beide Kerne

2) Störungstheorie 1. Ordnung

Tabelle 2

Paarerzeugung in sphärischen Vibratorkernen

Tabelle 3

Innere Paarerzeugung durch Coulombanregung von deformierten Kernen (Aktiniden). In der rechten Spalte ist nur der von der ^{232}Th - bzw. ^{238}U -Anregung stammende Anteil des totalen Wirkungsquerschnittes angegeben.

System	E_{cm} (MeV)	$2a$ (fm)	$\sigma_{\text{Cb}}^{e^+e^-}$ (μb)
$^{136}_{54}\text{Xe}-^{232}_{90}\text{Th}$	382.0	18.3	10.0
$^{136}_{54}\text{Xe}-^{238}_{92}\text{U}$	286.2	25.0	2.6
	325.2	22.0	7.6
	376.5	19.0	21.8
$^{208}_{82}\text{Pb}-^{238}_{92}\text{U}$	402.3	27.0	6.3
	434.5	25.0	12.3
	493.8	22.0	31.9
	571.8	19.0	72.8
$^{238}_{92}\text{U} - ^{238}_{92}\text{U}$	451.4	27.0	19.4
	482.7	25.25	34.1
	547.4	22.25	83.5
	641.5	19.0	186.0

*) Querschnitt für beide Kerne

Figurenbeschreibung

Fig.1: Klassische Trajektorie für das ^{238}U - ^{238}U System bei einer Einschußenergie $E_{\text{lab}}=1785 \text{ MeV}$ ($\approx 20\%$ oberhalb der Wechselwirkungsbarriere). Der Streuwinkel im Schwerpunktsystem beträgt $\vartheta_{\text{cm}} = 140^\circ$. Bei der numerischen Berechnung der Bahnkurve, die für elastische Streuung gilt, wurde das Potential $U(r)$ in Fig.2 verwendet. Die gestrichelte Kurve gibt die entsprechende Rutherfordhyperbel wieder.

Fig.2: Elastisches Potential $U(r)$ und radialer Anteil $T_2(r)$ des Quadrupol- Kopplungspotentials für 2 ausgedehnte ^{238}U - Kerne mit homogener Dichteverteilung. Der nukleare Anteil der Wechselwirkung wird durch ein Yukawapotential ($\mu=1.2 \text{ fm}$, $V_0=-300 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$), Kompressionspotential ($K=9C=270 \text{ MeV}$) und Symmetriepotential ($G=70 \text{ MeV}$) beschrieben. Die gestrichelten Kurven wurden für reine Coulombwechselwirkung gerechnet. Das sehr flache Minimum im elastischen Potential bei $r \approx 15 \text{ fm}$ verschwindet völlig, wenn man eine etwas geringere Yukawareichweite $\mu=1.0 \text{ fm}$ benutzt. Eine "Coulombbarriere" im eigentlichen Sinn existiert dann nicht mehr, da das Potential monoton ansteigt. Aus dem Verlauf des Kopplungspotentials $T_2(r)$ wird der Coulomb- Nuklear- Interferenzeffekt deutlich: bei Relativabständen $r \lesssim 20 \text{ fm}$ wird die Coulombanregung durch die starke Wechselwirkung verringert; am Punkt $R_{\text{cr}} = 17 \text{ fm}$ heben sich

Coulomb- und Kernwirkung gerade auf (totale destruktive Interferenz).

Fig.3: Schnitt durch die Potentialfläche von ^{238}U entlang der a_0 -Achse. Bei Spin $I = 0$ liegen innere und äußere Spaltbarriere etwa auf gleicher Höhe (5.9 bzw. 6.1 MeV). Die dargestellte Potentiallinie wurde aus experimentellen Daten von Back et al.⁴⁹⁾ konstruiert. Die gestrichelte Kurve gibt die harmonische Oszillatornäherung im Rotations- Vibrations-Modell (RVM) wieder. Das effektive Potential für Spin 30 wurde unter Verwendung der Trägheitsmomente des RVM, Gl.(2.48), berechnet.

Fig.4: Grundzustandsbande für ^{238}U im Rotations- Vibrations- und im symmetrischen Rotator- Modell. Die experimentellen Daten von Grosse et al.⁵³⁻⁵⁵⁾ werden durch das RVM auch bei hohen Spins gut wiedergegeben.

Fig.5: Höhere Rotationsbanden, die auf den 1 Phonon- bzw. 2 Phonon- Vibrationszuständen in ^{238}U aufgebaut sind. Diese Niveaus wurden durch numerische Diagonalisation der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung gewonnen. Nur gerade Spins sind eingezeichnet.

Fig.6: Coulombanregungswahrscheinlichkeit für Niveaus der Grundzustandsbande im ^{238}U - ^{238}U Stoß als Funktion der Zeit bzw. des Relativabstandes. Der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem Umkehrpunkt der klassischen Bahn. Aus den Kurven wird deutlich, wie durch suk-

zessive E2- Übergänge (Mehrfach-Coulombanregung) die höheren Mitglieder der Rotationsbande angeregt werden.

Fig.7: Asymptotische Coulombanregungswahrscheinlichkeit für einige typische Mitglieder der Grundzustands- β - und γ - Vibrationsbande als Funktion des Projektilstreuwinkels ϑ_{cm} . Mit wachsendem Streuwinkel verlagert sich das Anregungsmaximum von den niederen Spins auf die Hochspinzustände. Die Oszillationsstrukturen (besonders auffällig in der β -Vibrationsbande) werden durch virtuelle Anregung von Niveaus hervorgerufen, die nicht zur selben Rotationsbande gehören.

Fig.8: Spinabhängigkeit der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten im ^{238}U - ^{238}U System bei vorgegebener Projektilenergie und festem Streuwinkel. Die Sägezahnstruktur ist typisch für Rotationskerne. Etwas unterhalb des klassisch maximal übertragbaren Drehimpulses, der hier bei $J = 30$ liegt, nimmt die Anregungswahrscheinlichkeit exponentiell ab.

Fig.9: Wie Fig.8, jedoch für ^{136}Xe - ^{238}U . Die durchgezogenen Kurven wurden mit, die gestrichelten Kurven ohne Rotations- Vibrations- Wechselwirkung (RVW) gerechnet. Als Folge der RVW werden die Hochspinzustände $J > 20$ der gs- Bande wesentlich stärker bevölkert, während die Anregung der für die Coulombspaltung wesentlichen β - Vibrationsbande

entsprechend abnimmt (man beachte den linearen Maßstab).

Fig.10: Anregungsfunktionen der 10^+ , 20^+ und 26^+ Zustände in der Grundzustandsrotationsbande von ^{238}U bei Verwendung rückwärtsgestreuter ^{136}Xe Projektile. Der obere Teil der Figur wurde für reine Coulombanregung gerechnet, der untere enthält zusätzlich die nukleare Wechselwirkung. Bei Einschußenergien $E_{\text{cm}} \gtrsim 420$ MeV (das entspricht etwa 90% der Wechselwirkungsbarriere $E_{\text{cm}}^{\text{int}} = 470$ MeV²¹⁾) zeigt sich eine Abweichung in den Anregungswahrscheinlichkeiten aufgrund der Kernkräfte. Direkt an der Barriere nimmt die Besetzung der Hochspinzustände zugunsten der Niedrigspinniveaus stark ab (destruktive Interferenz). Bei weiterer Erhöhung der Projektilenergie dominiert die starke Wechselwirkung. Die Anregung verteilt sich etwa gleichmäßig auf alle Niveaus, erfolgt also nicht mehr selektiv wie bei der Coulombanregung.

Fig.11: Wie Fig.10, jedoch für die entsprechenden Zustände der ersten β - Vibrationsbande.

Fig.12: Mittlere Anregungsenergie des ^{238}U Targetkerns bei Benutzung rückwärtsgestreuter ^{136}Xe Projektile. Die gestrichelte Kurve gilt für reine Coulombanregung. Für das Projektil erhält man $E^*(^{136}\text{Xe}) = 0.15$ MeV bei $E_{\text{cm}} = 370$ MeV, also etwa 1/10 des Targetkernwertes.

Fig.13: Differentieller Paarbildungskoeffizient für den E3- Übergang $\Delta E = 2.615$ MeV und den E2- Übergang $\Delta E = 4.086$ MeV in ^{208}Pb . Die symmetrische Verteilung in der Positronenenergie ist eine Folge der Bornschen Näherung (ebene Wellen statt Coulombwellen). In schweren Kernen nimmt die Zahl der hochenergetischen Positronen aufgrund der Coulombabstoßung stark zu und das Spektrum wird asymmetrisch. Die totalen Koeffizienten β_{E1} findet man in Tabelle 2.

Fig.14: Winkelverteilung für Coulombanregung des 3^- bzw. 2^+ Zustandes im ^{208}Pb - ^{208}Pb Stoß. Um die Interpretation zu erleichtern, wurde $d\sigma^{\text{Cb}}/d\Omega_{\text{cm}}$ nicht symmetrisiert. a) Anregung des 3^- Niveaus in erster Ordnung Störungstheorie; b) und c) gekoppelte Kanalrechnung für 0^+ gs und das 3^- Niveau. In b) wurde das Quadrupolmoment des 3^- Zustandes $Q(3^-) = 0$ gesetzt, während in c) der experimentelle Wert $Q(3^-) = -0.42$ e.b (Ref.99) verwendet wurde. d) gekoppelte Kanalrechnung für die 0^+ , 3^- und 2^+ Zustände.

Fig.15: Symmetrisierte Ionwinkelverteilung des Paarbildungsquerschnittes für ^{208}Pb - ^{208}Pb . Aufgetragen ist nur der aus der Coulombanregung des $3^-(2.615$ MeV)- Niveaus resultierende Anteil der e^+e^- Paare. Statt der Projektilenergie wurde der entsprechende minimale Abstand $2a$ für Rückwärtsstreuung im Schwerpunktsystem angegeben.

Fig.16: Positron- Emissionswahrscheinlichkeit als Funktion des Stoßparameters. In identischen Systemen ist diese Art der Auftragung nur möglich, wenn man die unsymmetrisierten Querschnitte verwendet. Die von Reinhardt, Soff, Müller und Greiner^{93,97,98)} berechneten QED- Positronen und der von der Coulombanregung stammende Untergrund sind getrennt aufgeführt.

Fig.17: Wirkungsquerschnitt für innere Paarerzeugung durch nukleare Coulombanregung im Winkelbereich $35^\circ \leq \vartheta_{\text{lab}} \leq 55^\circ$ als Funktion der Projektilenergie (ausgedrückt durch den minimalen Abstand $2a$). Die experimentellen Daten für das 3^- Niveau in ^{208}Pb wurden von Kankaleit, Greenberg und Mitarbeitern (Ref.100) mit Hilfe des gemessenen Photonspektrums ermittelt.

Fig.18: Anregungsfunktion der totalen Wirkungsquerschnitte für den nuklearen Untergrund. Vgl. Beschreibung zu Fig.17.

Fig.19: Totale Paarbildungsquerschnitte für das ^{208}Pb - ^{208}Pb , ^{208}Pb - ^{238}U und ^{238}U - ^{238}U System als Funktion der Einschußenergie E/A bzw. des minimalen Abstandes $2a$. Die Anregungsfunktionen der QED-Positronen wurden Ref.97 entnommen, die experimentellen Daten stammen aus Ref.100. Der nukleare Untergrund (Theorie) ist durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet.

Fig.20: Kinetische Energieverteilung der QED- Positronen (Ref.97) bzw. Coulombanregungspositronen im Pb-Pb und Pb-U Stoß. Das unterschiedliche Verhalten des nuklearen Untergrundes in ^{208}Pb und ^{238}U kommt durch die verschiedene Niveaustuktur beider Kerne zustande.

Fig.21: Für das symmetrische System $^{58}\text{Ni}-^{58}\text{Ni}$ und das asymmetrische System $^{58}\text{Ni}-^{60}\text{Ni}$ sind die Coulombanregungsquerschnitte verschiedener Targetkernniveaus als Funktion des Ionstreuwinkels ϑ_{cm} aufgezeichnet. Offensichtlich wird der 1 Phonon 2^+ Zustand (oberer Teil der Figur) dominant angeregt. Die zugehörigen differentiellen Paarbildungsquerschnitte $d\sigma_{2^+}^{e^+e^-}/d\Omega_{\text{cm}}$ erhält man durch Multiplikation mit dem entsprechenden Koeffizienten β_{E2} . Dieser ist, ebenso wie die totalen Querschnitte $\sigma_{2^+}^{\text{Cb}}$ und $\sigma_{2^+}^{e^+e^-}$, in Tabelle 2 angegeben.

Fig.22: Winkelverteilung für die Coulombanregung des untersten 2^+ Zustandes in $^{138}_{56}\text{Ba}$, $^{140}_{58}\text{Ce}$ und $^{142}_{60}\text{Nd}$. In den Rechnungen wurden $^{132}_{54}\text{Xe}$ Projektile mit einer Energie $E_{\text{lab}} = 600 \text{ MeV}$ benutzt. Siehe auch Beschreibung zu Fig.21 und Tabelle 2.

Fig.23: Grundzustands-, β - und γ - Bande für ^{238}U im Rahmen des Rotations- Vibrations- Modells. Der Übersichtlichkeit halber wurden nur die geraden Spins bis zur (spinabhängigen) Spaltschwelle bei etwa 7.5 MeV Anregungsenergie eingezeichnet. Verschiedene E2- Übergänge zwischen den Nebenbanden und

der Grundbande mit $\Delta E > 2m_e c^2$, die zur inneren Paarbildung nach der Coulombanregung führen, sind durch gestrichelte Pfeile angedeutet. Innerhalb einer Rotationsbande ist Paarerzeugung nur mit einer Multipolarität $l \geq 4$ möglich; die Querschnitte hierfür sind vernachlässigbar klein.

Fig.24: Photonspektrum für $E_\gamma > 1$ MeV, hervorgerufen durch nukleare Coulombanregung im U-U Stoß. Dabei wurde über den Raumwinkel des Photons und den Stoßparameter integriert. Die E2- Übergänge $(I+2) \rightarrow I$ zwischen der ersten β - Vibrationsbande und der Grundzustandsrotationsbande sind offenbar dominant. Durch Multiplikation der γ - Intensitäten mit dem Paarbildungskoeffizienten erhält man das Positronenspektrum.

Fig.25: Energiespektrum der Coulombanregungspositronen im ^{238}U - ^{238}U System. Jede einzelne Photonlinie in Fig.24 erzeugt durch innere Paarkonversion ein asymmetrisches Positronenspektrum, das jeweils bei $E_p^{\text{max}} = E_\gamma - 2 m_e c^2$ abrupt endet (vgl. Fig.13). Durch die Überlagerung der verschiedenen Beiträge entsteht eine Zackenstruktur. Die unregelmäßigen Erhebungen innerhalb der einzelnen Zacken bei einem Minimalabstand $2a = 19$ fm werden durch schwächere Photonübergänge zwischen der β -, γ - und gs- Bande verursacht.

Fig.26: Wirkungsquerschnitte für innere Paarbildung in

einer ^{136}Xe - ^{238}U Kollision als Funktion des Ionstreuwinkels ϑ_{cm} . Dargestellt ist nur die durch Coulombanregung des ^{238}U -Targetkerns resultierende e^+e^- Erzeugungsrate. Leichte Strukturen in der Winkelverteilung, die sich mit wachsender Einschußenergie bzw. abnehmendem Zweizentrenabstand $2a$ mehr und mehr herausmitteln, werden durch Oszillationen in den Coulombanregungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Niveaus hervorgerufen (Fig.7). Totale Querschnitte für die Paarbildung durch das ^{136}Xe -Projektil findet man in Tabelle 2.

Fig.27: Wie Fig.26, jedoch für das ^{208}Pb - ^{238}U System.

Fig.28: Nuklearer Untergrund zur Elektron-Positron-Paarbildung im ^{238}U - ^{238}U System. Statt der Einschußenergie ist jeweils der minimale Abstand bei Rückwärtsstreuung $2a$ angegeben. Durch die Symmetrisierung der differentiellen Querschnitte entsteht bei Abständen $2a \lesssim 22$ fm eine nahezu isotrope Winkelverteilung im Schwerpunktsystem. Verringert man $2a$ auf 19 fm, so bildet sich bei $\vartheta_{\text{cm}} = 90^\circ$ ein Maximum aus. Rechnungen unter Vernachlässigung der Rotations-Vibrations-Wechselwirkung zeigen, daß man bei einem Minimalabstand von ca. 15 fm eine doppelhöckrige Winkelverteilung erhält, deren Maximalwerte bei 60° bzw. 120° liegen (Ref.10).

Fig.29: K-Loch-Produktionswahrscheinlichkeit im U-U System, hervorgerufen durch innere Konversion

nach Coulombanregung, als Funktion des Schwerionenstreuwinkels. Im Gegensatz zu den QED- Prozessen werden diese K- Löcher nicht während der Kollision gebildet, sondern erst asymptotisch ($\tau_K \approx 10^{-12} \text{ s}$).

Fig.30: Anregungsfunktion für Coulombspaltung von ^{238}U durch ^{136}Xe - Projektilen bei $\vartheta_{\text{cm}} = 180^\circ$. Die durchgezogene Kurve wurde unter Berücksichtigung der Rotations- Vibrations- Wechselwirkung (RVW) berechnet. Durch Coulomb- Nuklear- Interferenz entsteht nahe der Wechselwirkungsbarriere $E_{\text{cm}}^{\text{int}} = 470 \text{ MeV}$ ein ausgeprägtes Interferenzminimum. Für reine Coulombspaltung (ohne starke Wechselwirkung) erhält man die monoton ansteigende strichpunktierte Kurve. Die von Holm und Greiner berechnete Anregungsfunktion¹⁷⁾ (gestrichelt) zeigt einen ähnlichen Verlauf, liegt aber bei niedrigen Projektilenergien um 1 bis 2 Größenordnungen über unseren Werten. Das kommt hauptsächlich durch die Vernachlässigung der RVW zustande. Die experimentellen Daten (Ref.20,21) geben eine obere Grenze für Coulombspaltung an.

Fig.31: Abhängigkeit des Coulombspaltquerschnittes für ^{238}U von der Projektilladung. Statt der Einschußenergie ist auf der Abszisse der minimale Abstand bei Rückwärtsstreuung angegeben.

Fig.32: Differentielle Coulombspaltquerschnitte für das System ^{132}Xe - ^{238}U als Funktion des Streuwinkels im Schwerpunktsystem. Die verwendeten Projektil-

energien entsprechen den Minimalabständen $2a = 18.7, 17.9$ und 17.1 fm.

Fig.33: Totale Wirkungsquerschnitte für ^{132}Xe - induzierte Coulombspaltung von ^{238}U . Die starke Wechselwirkung wurde aus Rechenzeitgründen vernachlässigt. Auffallend ist die gute Übereinstimmung mit den radiochemischen Experimenten bei der GSI (Ref.22).

Fig.34: Winkelverteilung der Uran- Spaltfragmente relativ zur Strahlachse, bezogen auf ein Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt des spaltenden Kerns ruht. Unabhängig von der Einschußenergie erhält man eine Verteilung, die nur unwesentlich von $1/\sin^2 \vartheta_2$ abweicht. Die Zählerexperimente von Habs et al.²¹⁾ führen zum gleichen Resultat.

Fig.35: Veränderung der Deformationsenergie des ^{238}U -Targetkerns durch ein ^{136}Xe - Projektil im Abstand $r = 17$ fm. Wenn die Symmetrieachse von ^{238}U in Richtung der Verbindungsachse der Kerne zeigt ($\vartheta_2 = 0$), wird dieser praktisch stabil gegen Spaltung, während für die senkrechte Orientierung ($\vartheta_2 = \frac{\pi}{2}$) die Spaltbarriere (vom Grundzustandsminimum aus gemessen) nur noch 2 MeV beträgt.

Fig.36: Wie Fig.35, jedoch für U-U. Durch die Monopol-Quadrupol- Wechselwirkung mit dem Projektil wird die Spaltbarriere von 6 MeV bei $r = 50$ fm auf 2.5 MeV bei $r = 20$ fm abgesenkt. Während der Öffnungszeit der Barriere besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit für prompte Coulombspaltung.

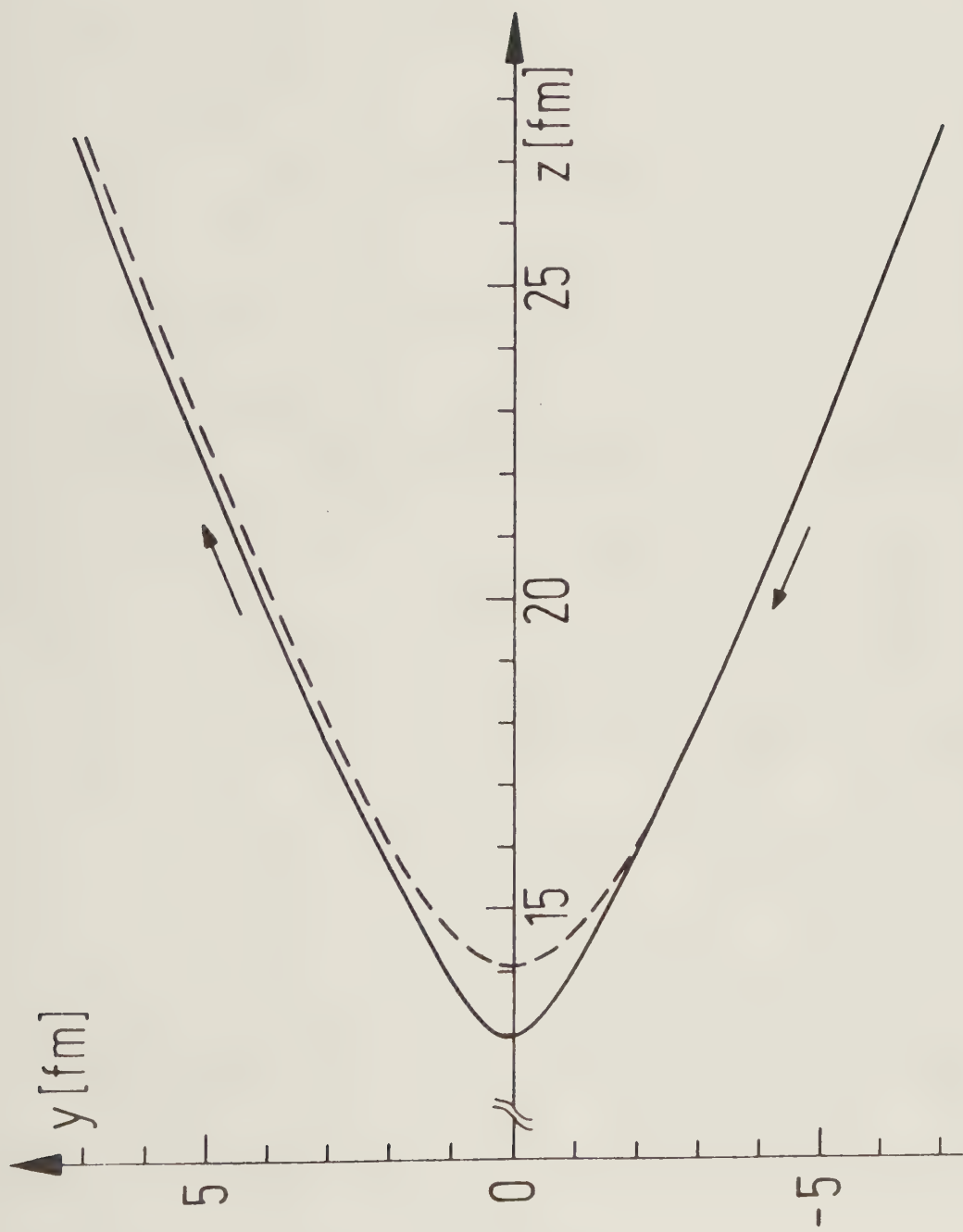


Fig. 1

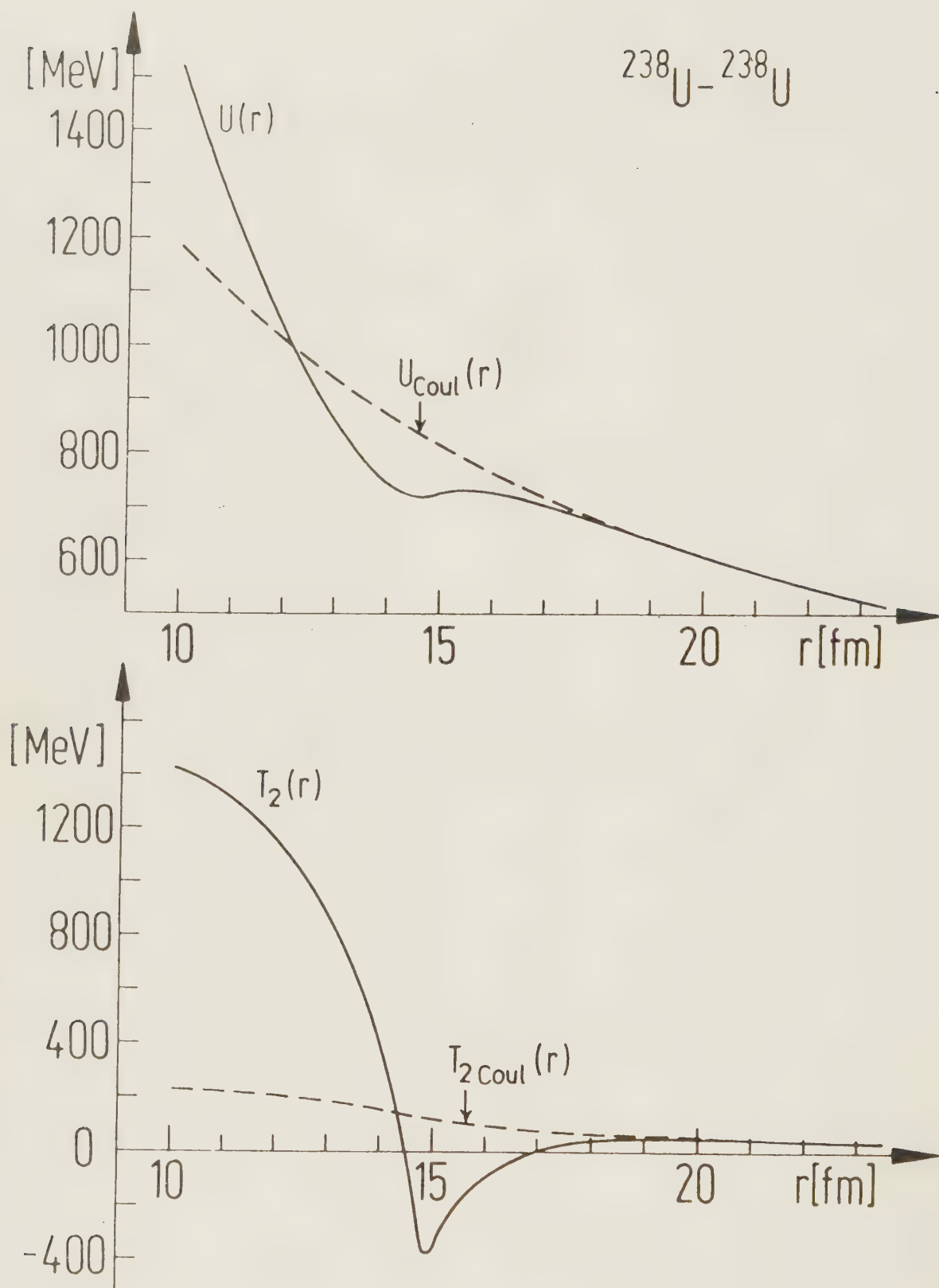


Fig. 2

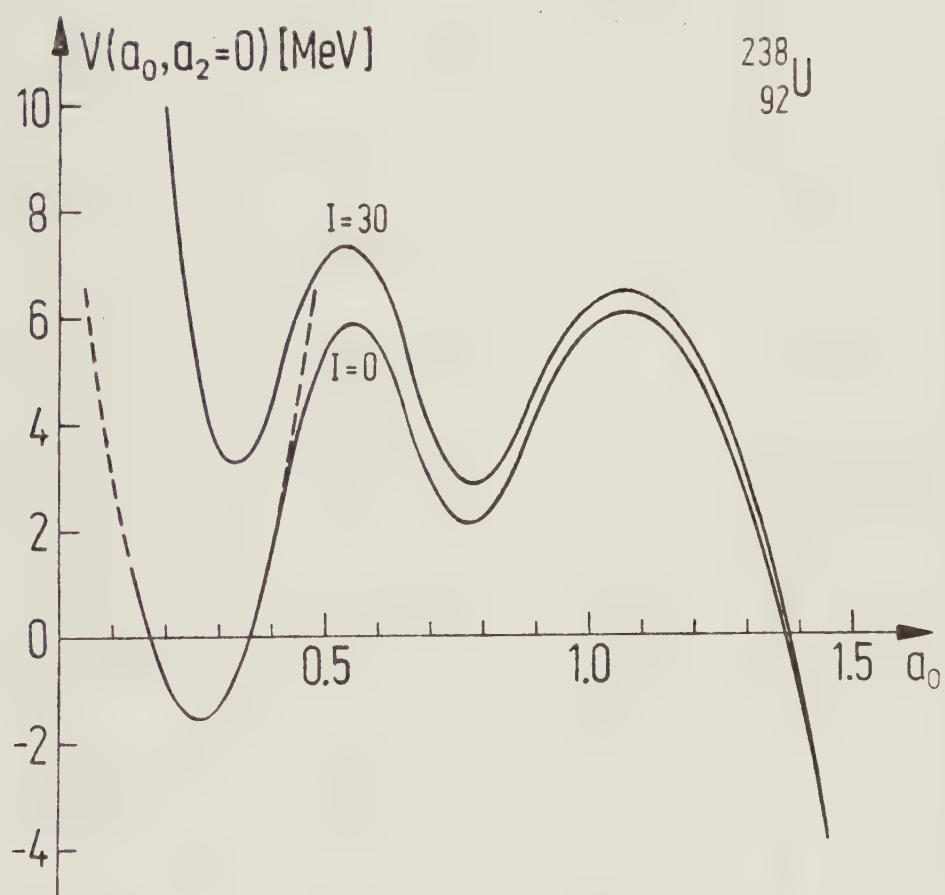


Fig. 3

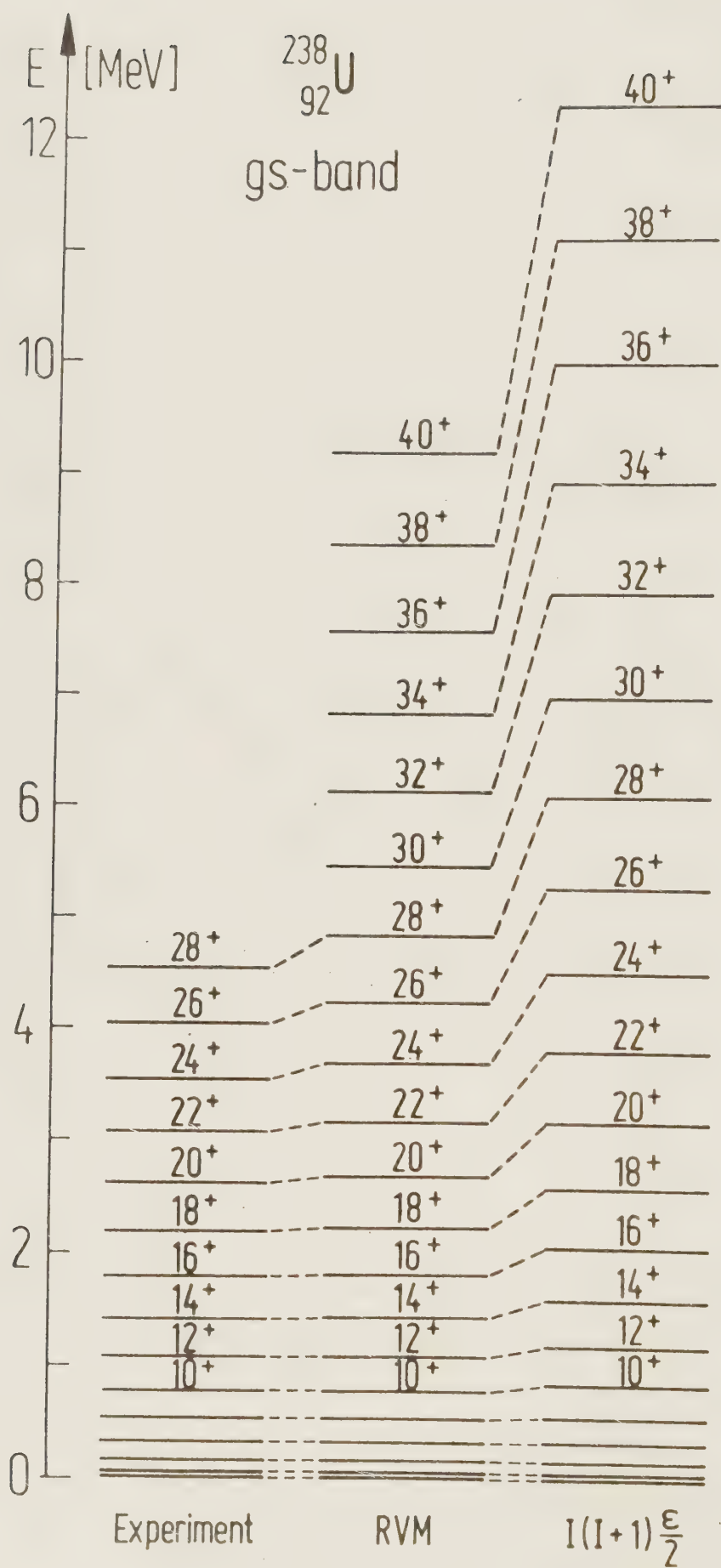


Fig. 4

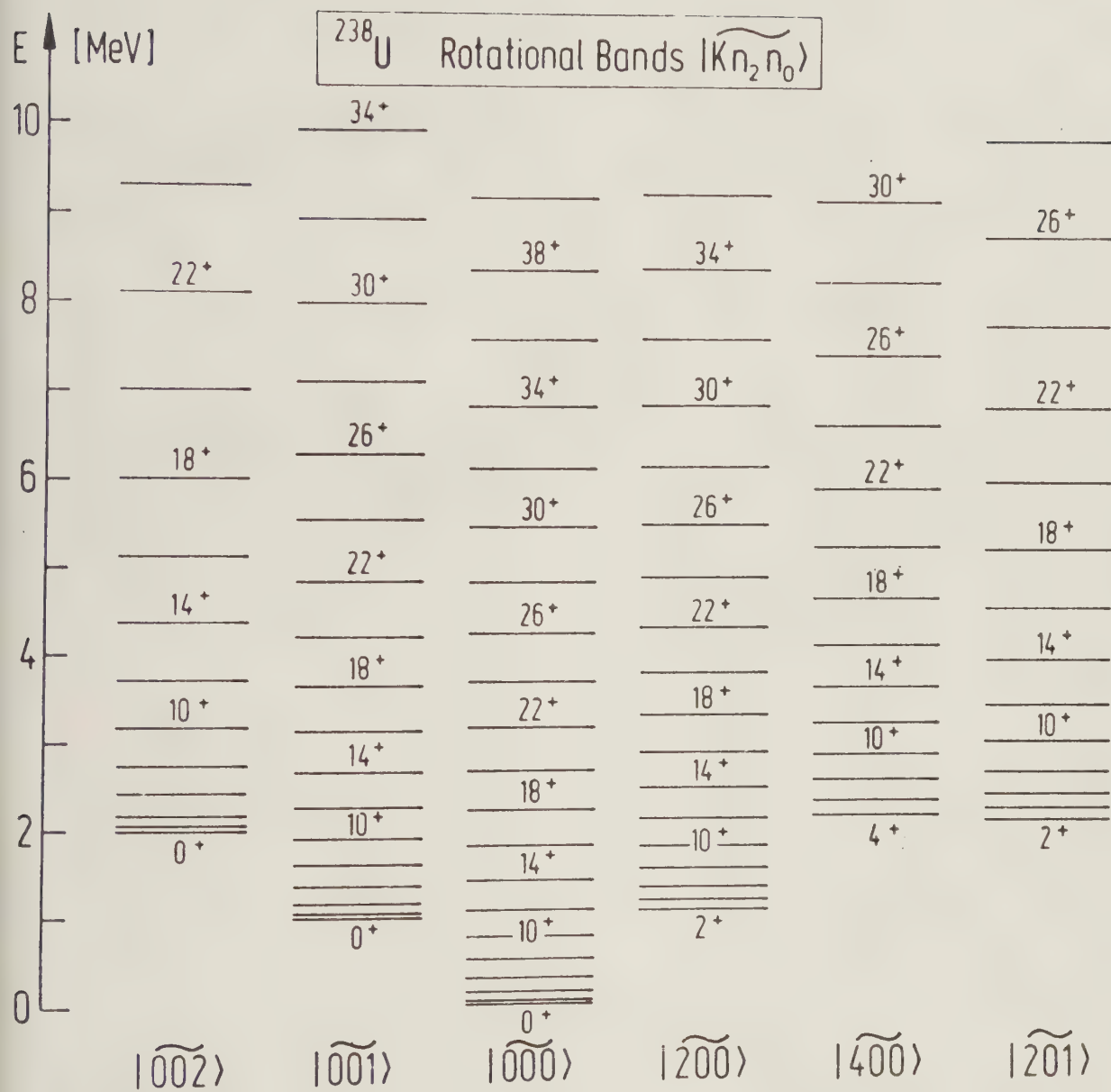


Fig.5

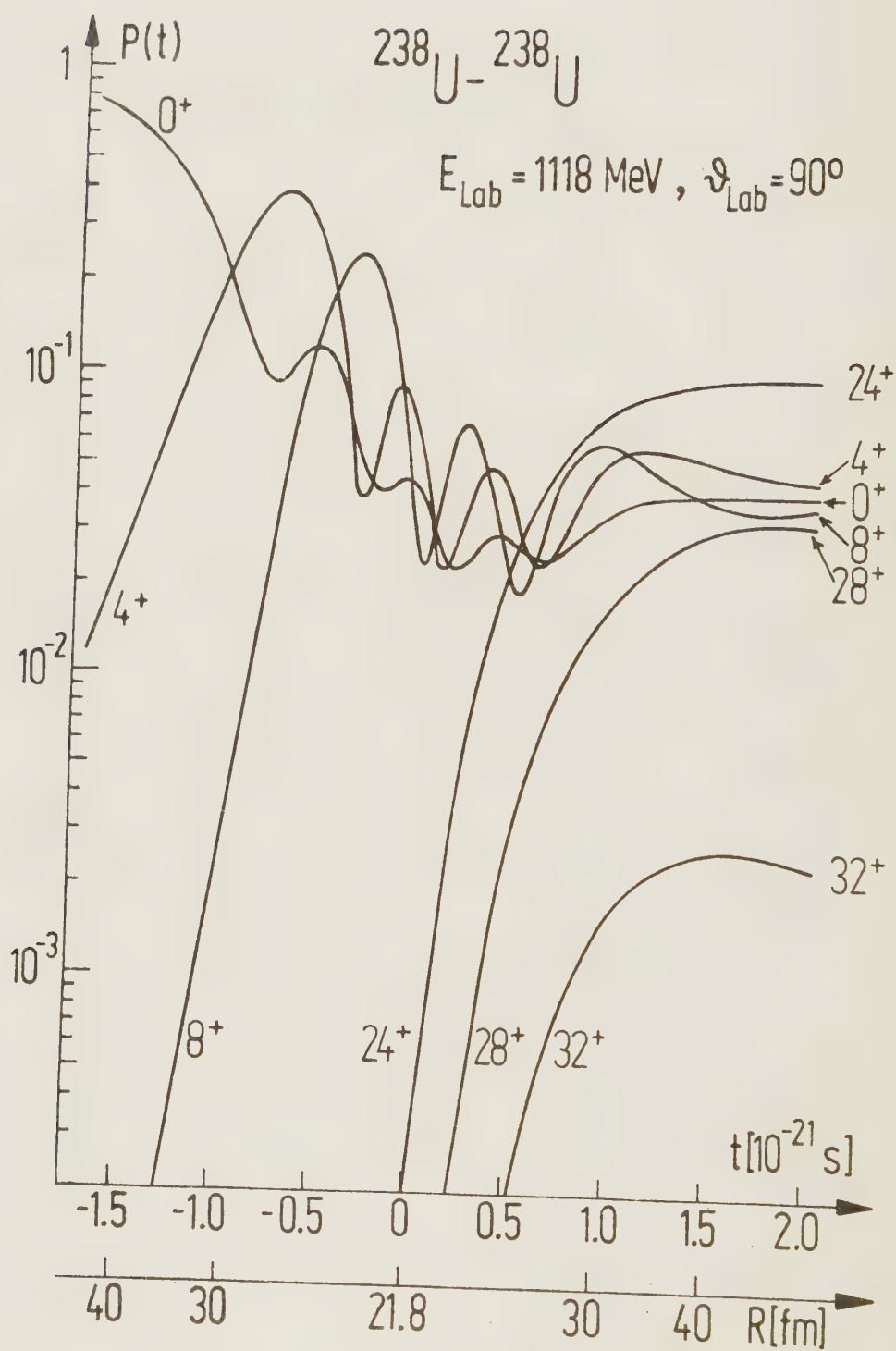


Fig. 6

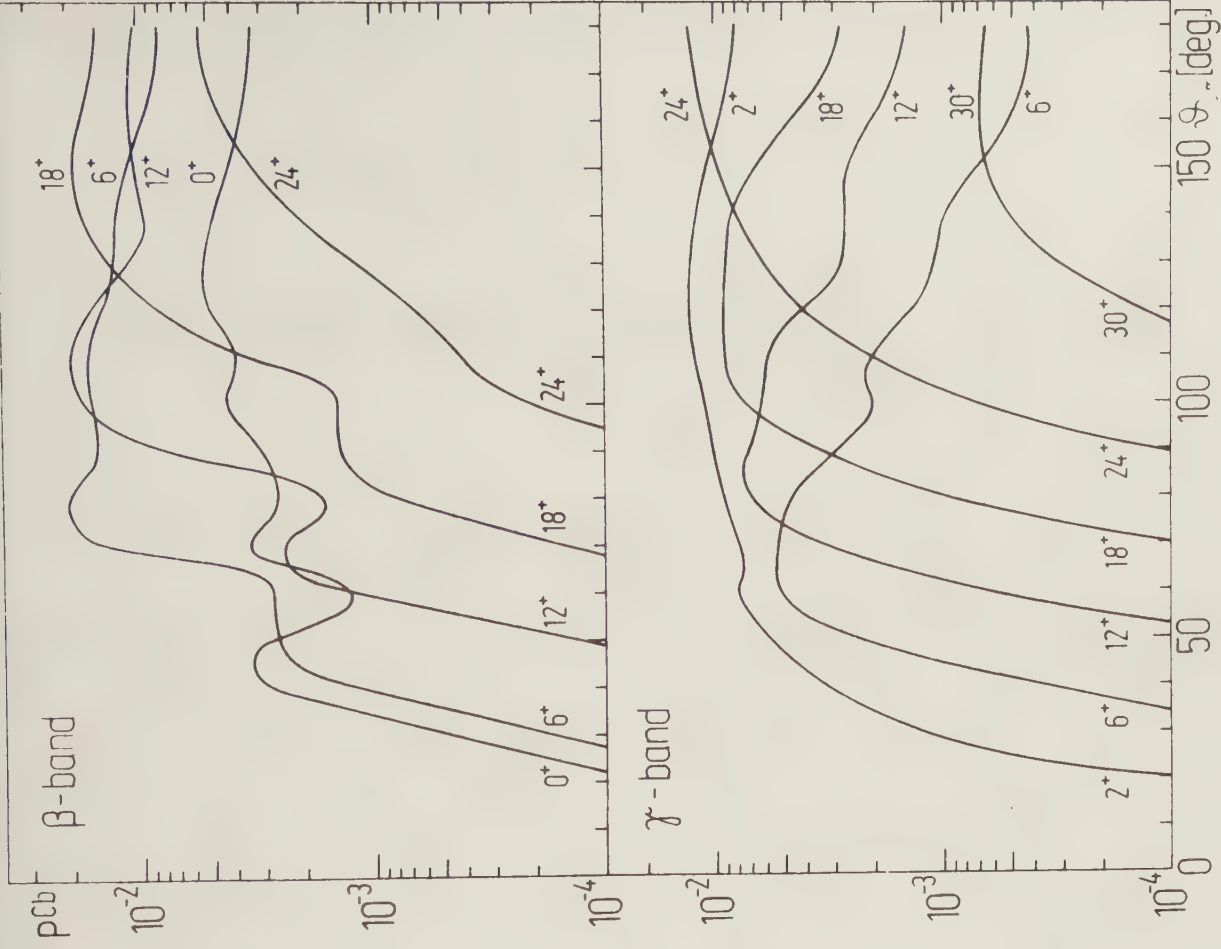
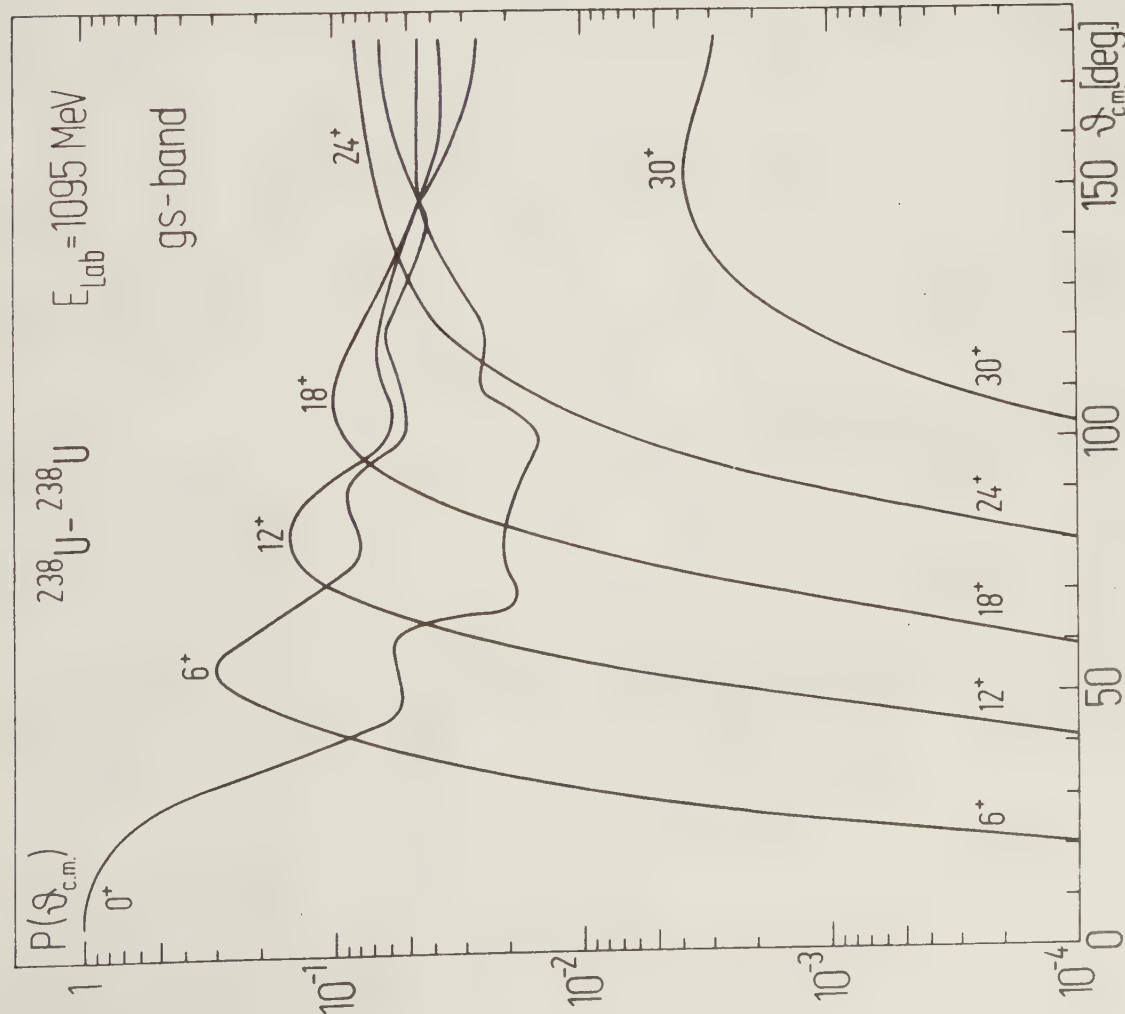


Fig. 7

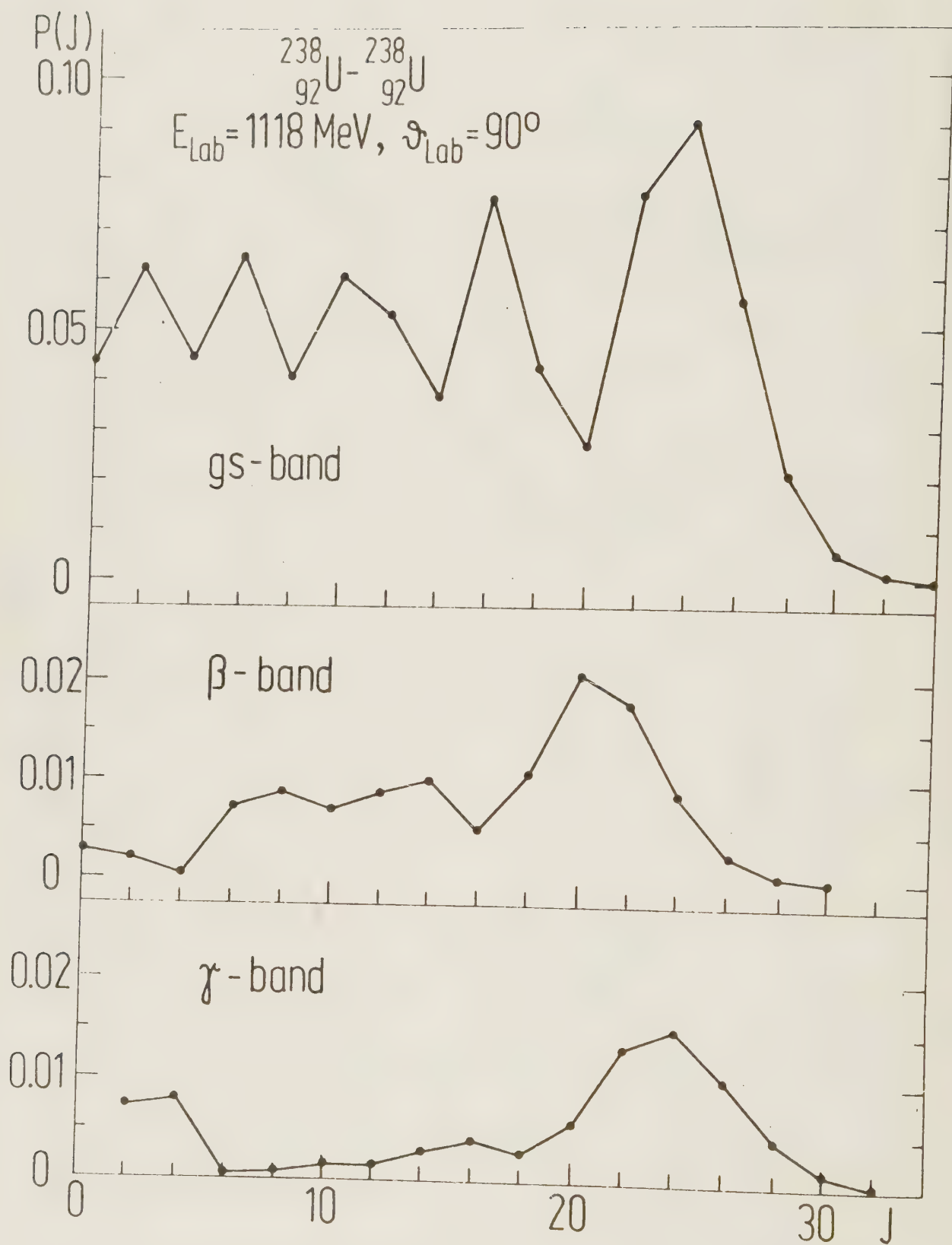


Fig. 8

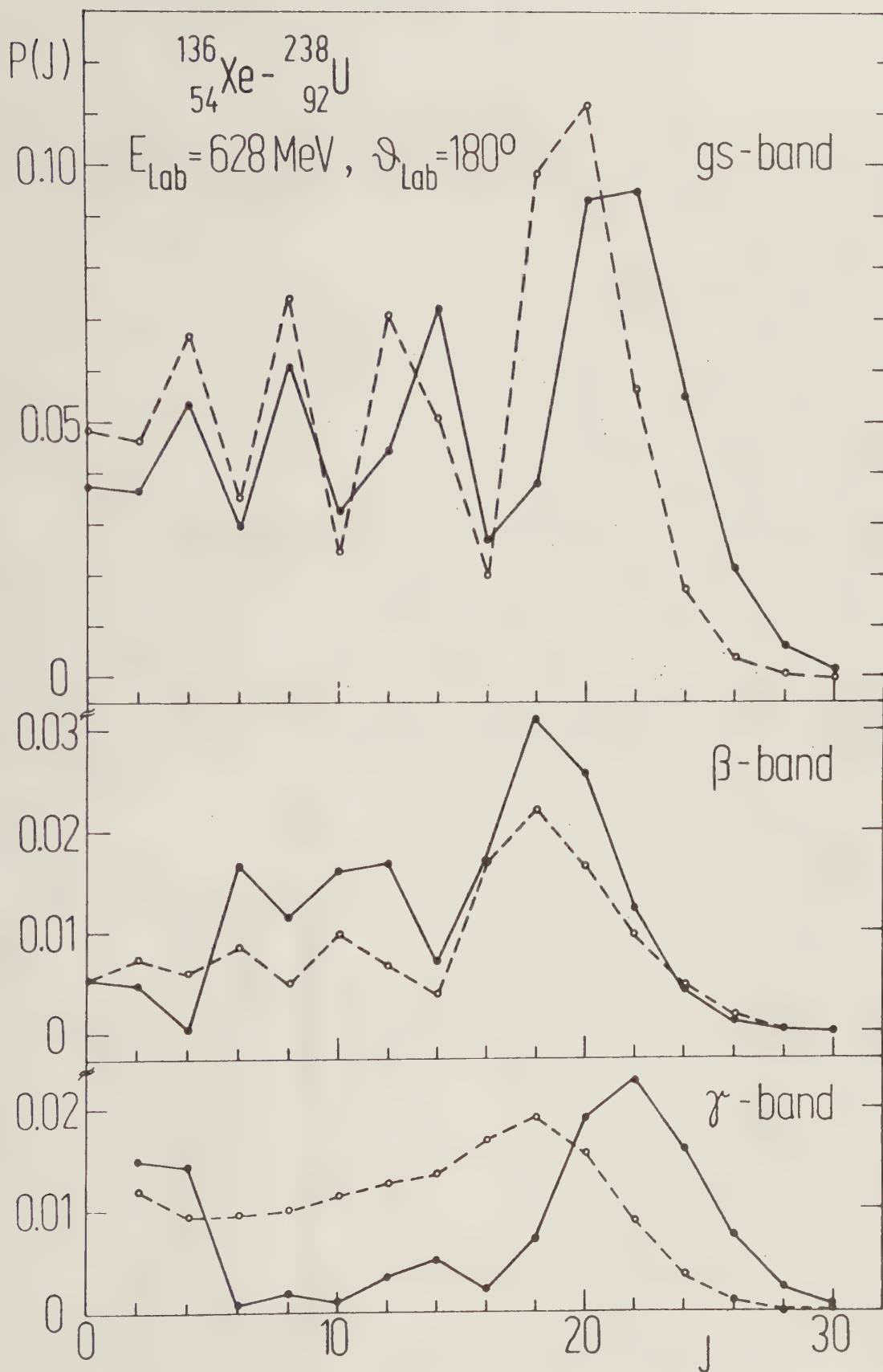


Fig. 9

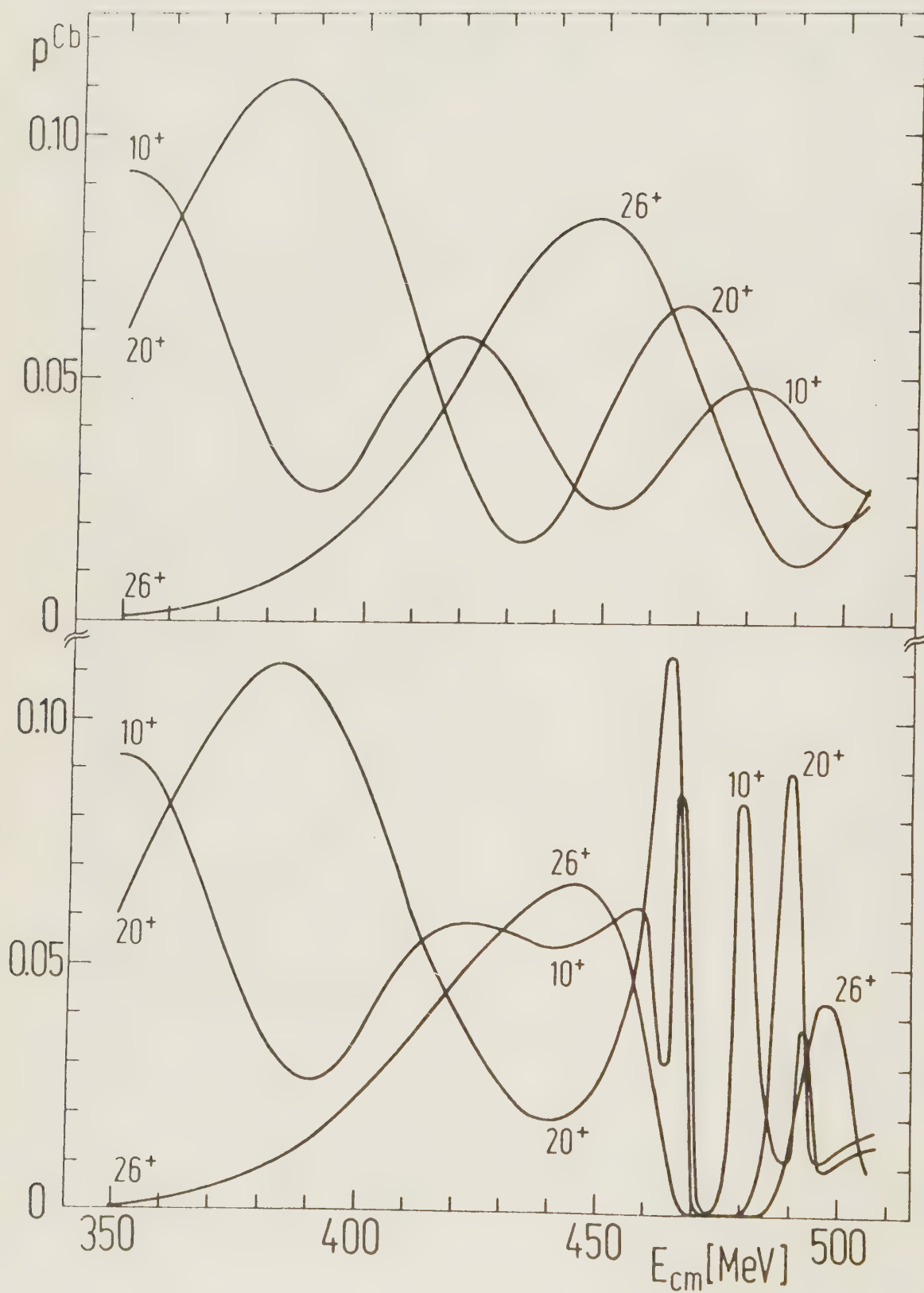


Fig. 10

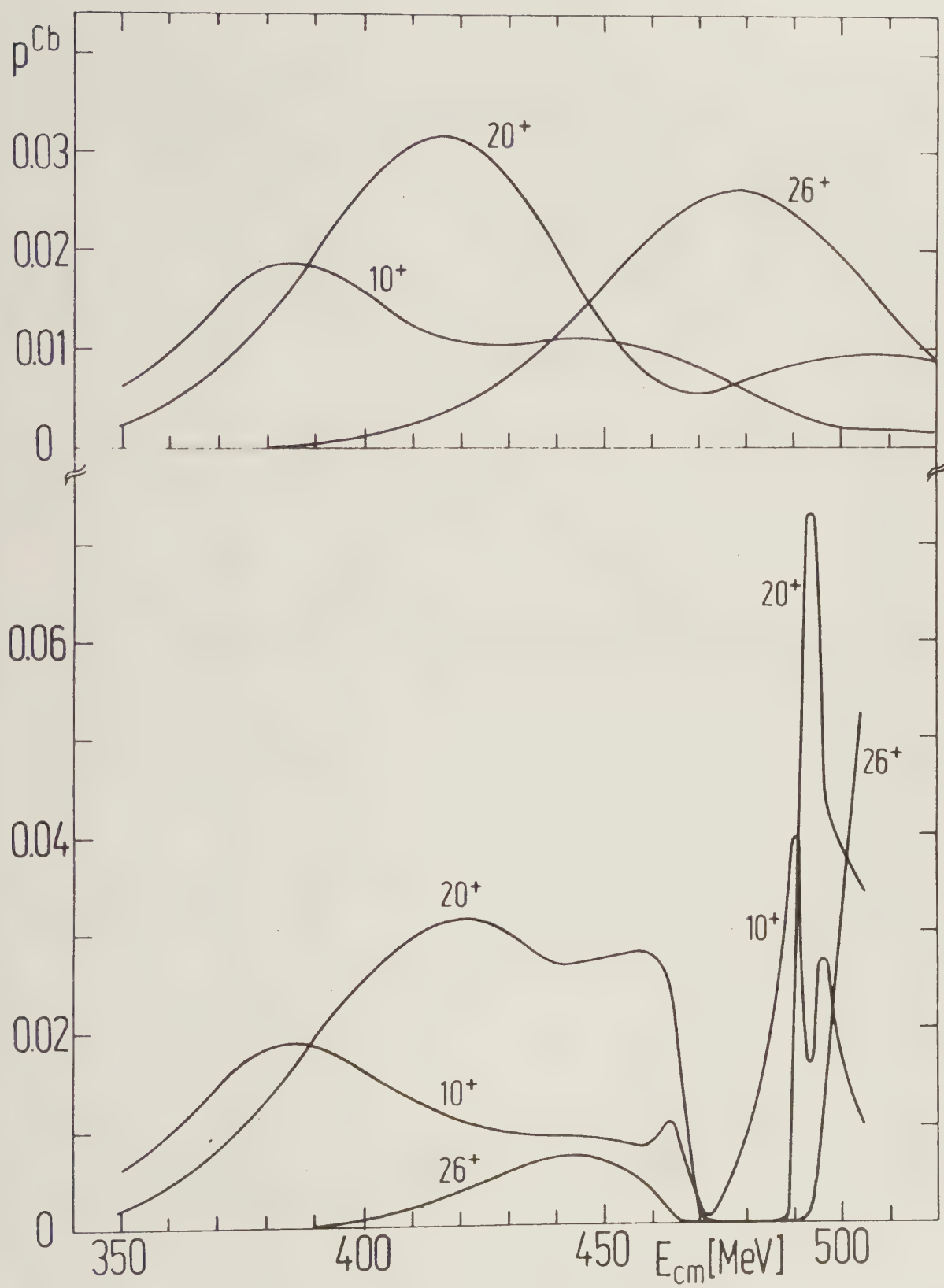


Fig. 11

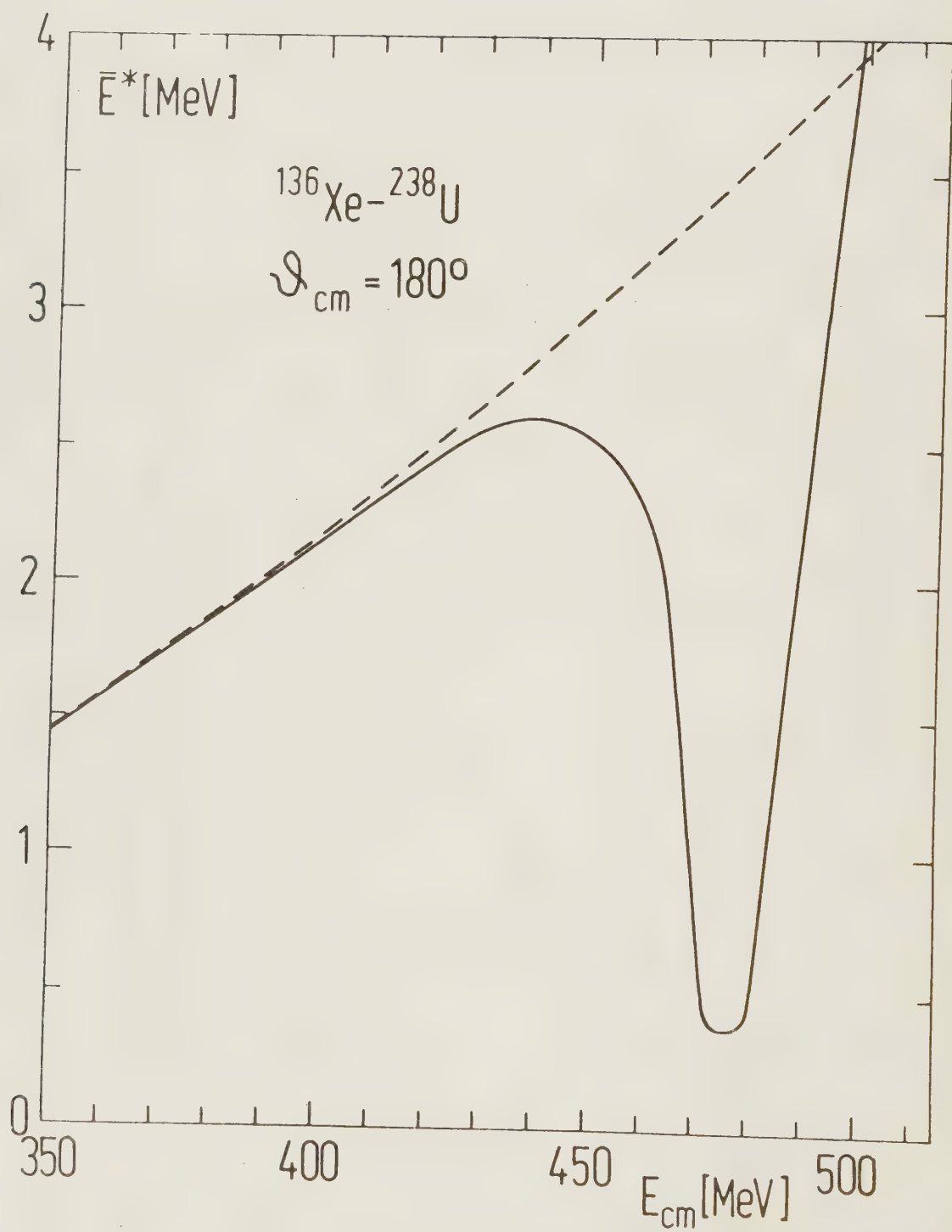


Fig. 12

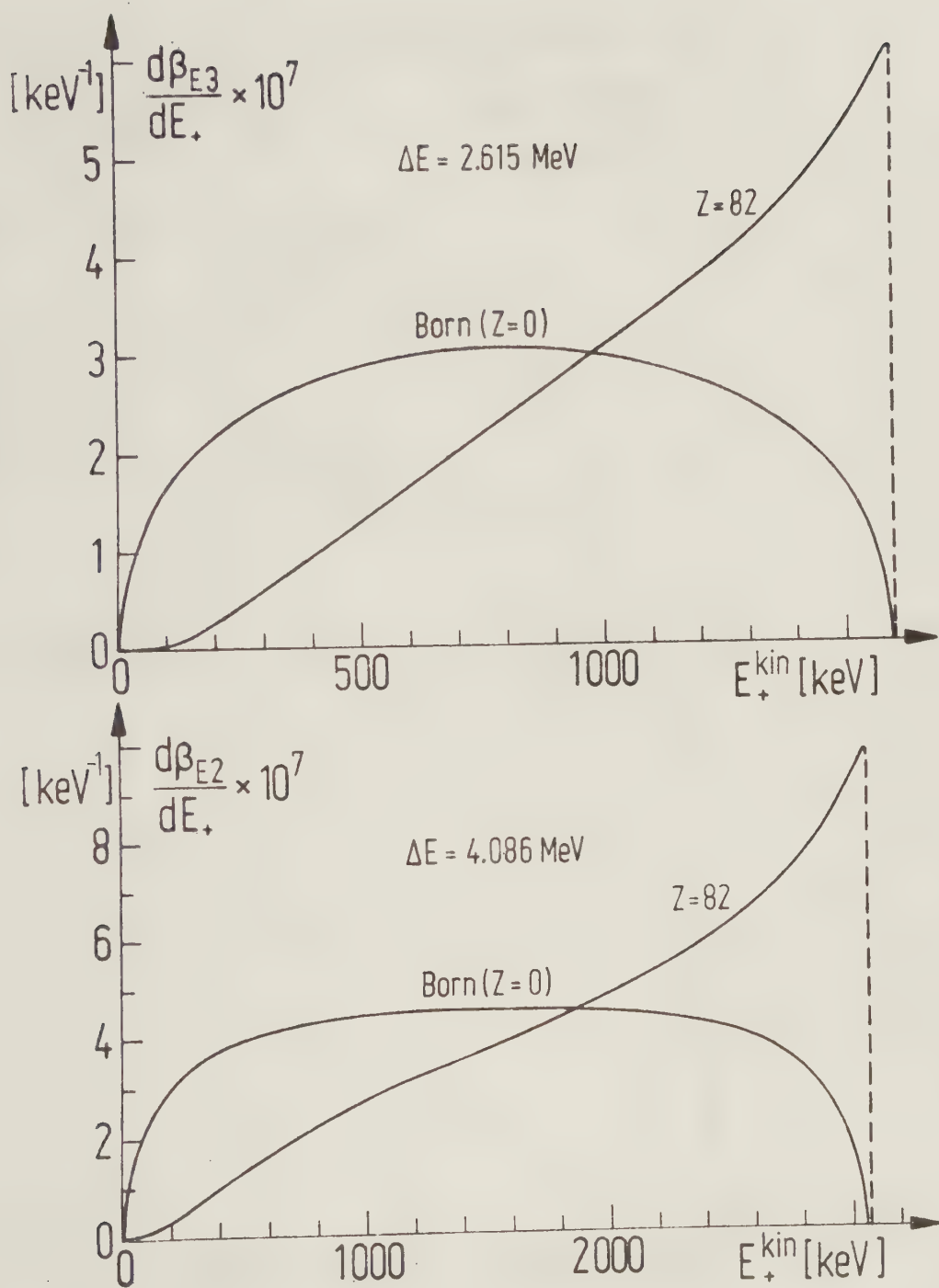


Fig. 13

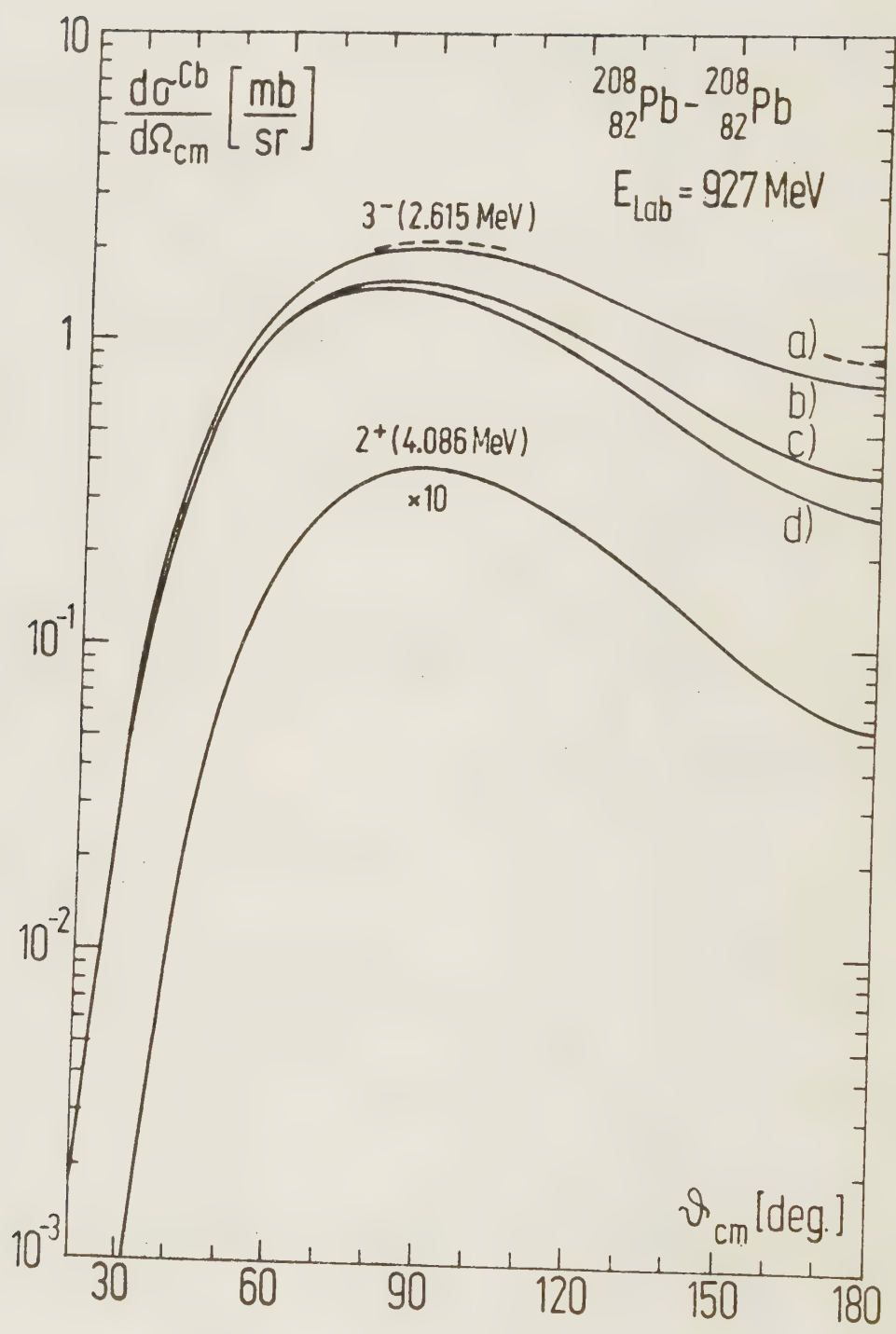


Fig. 14

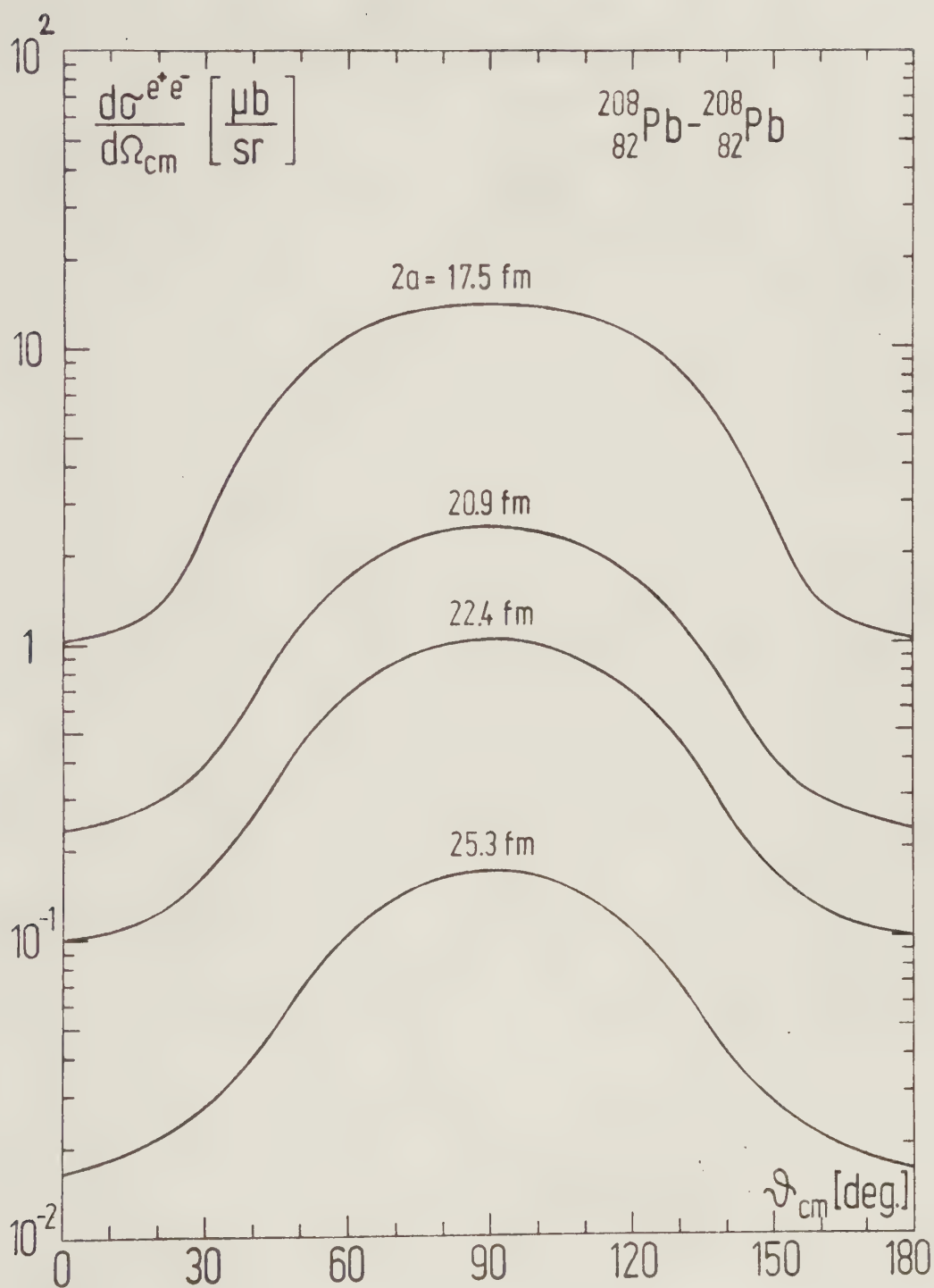


Fig. 15

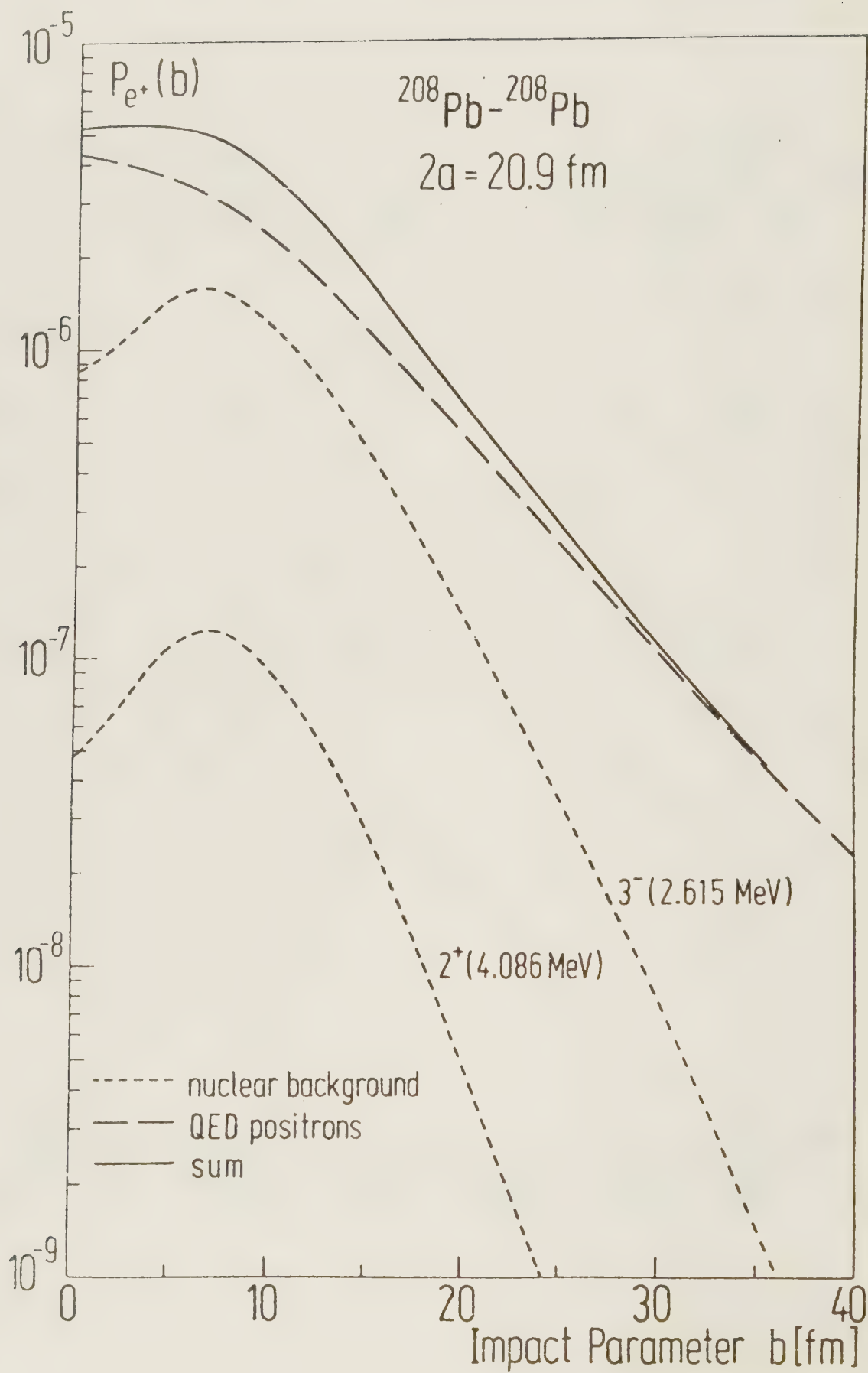


Fig. 16

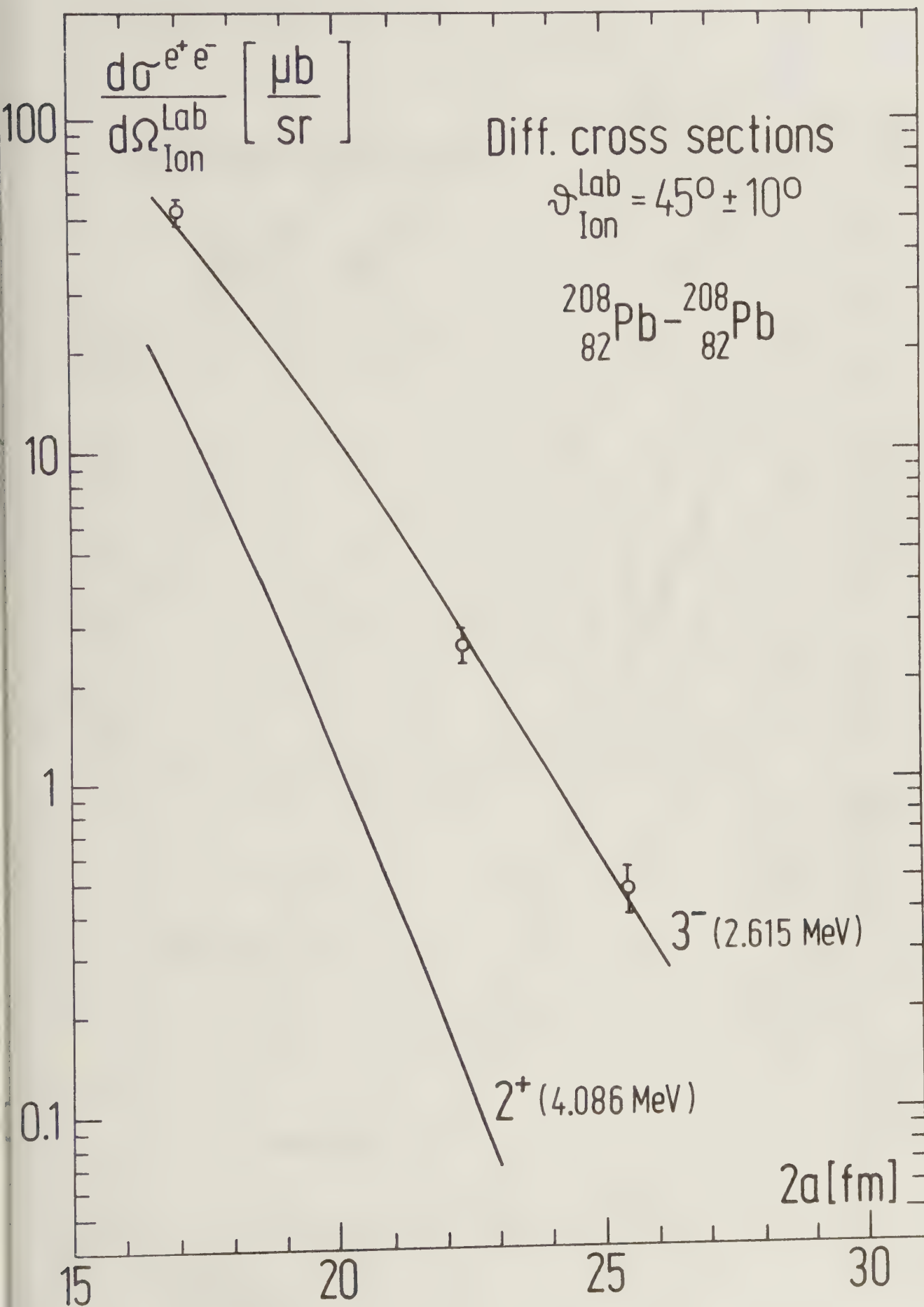


Fig. 17

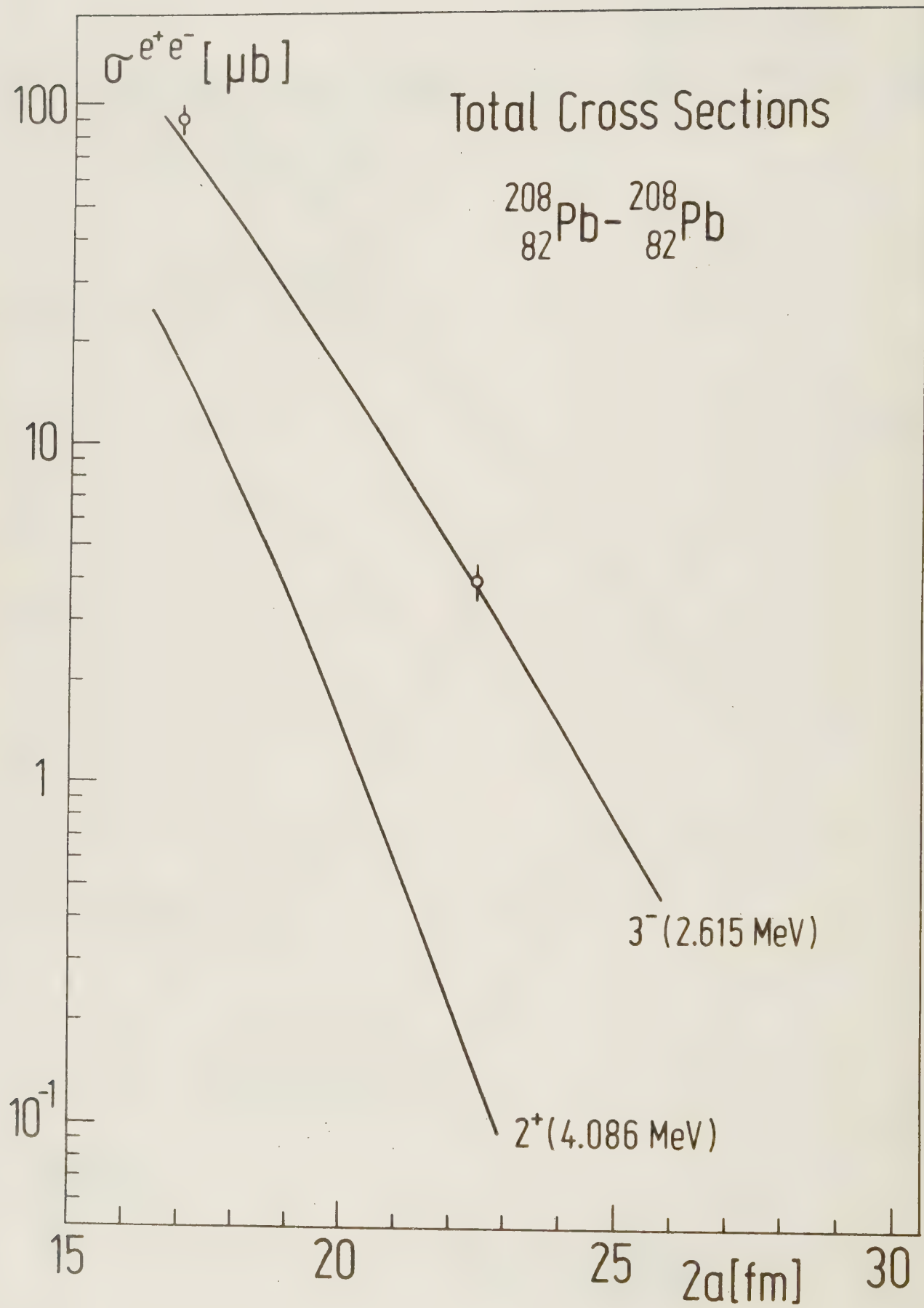


Fig. 18

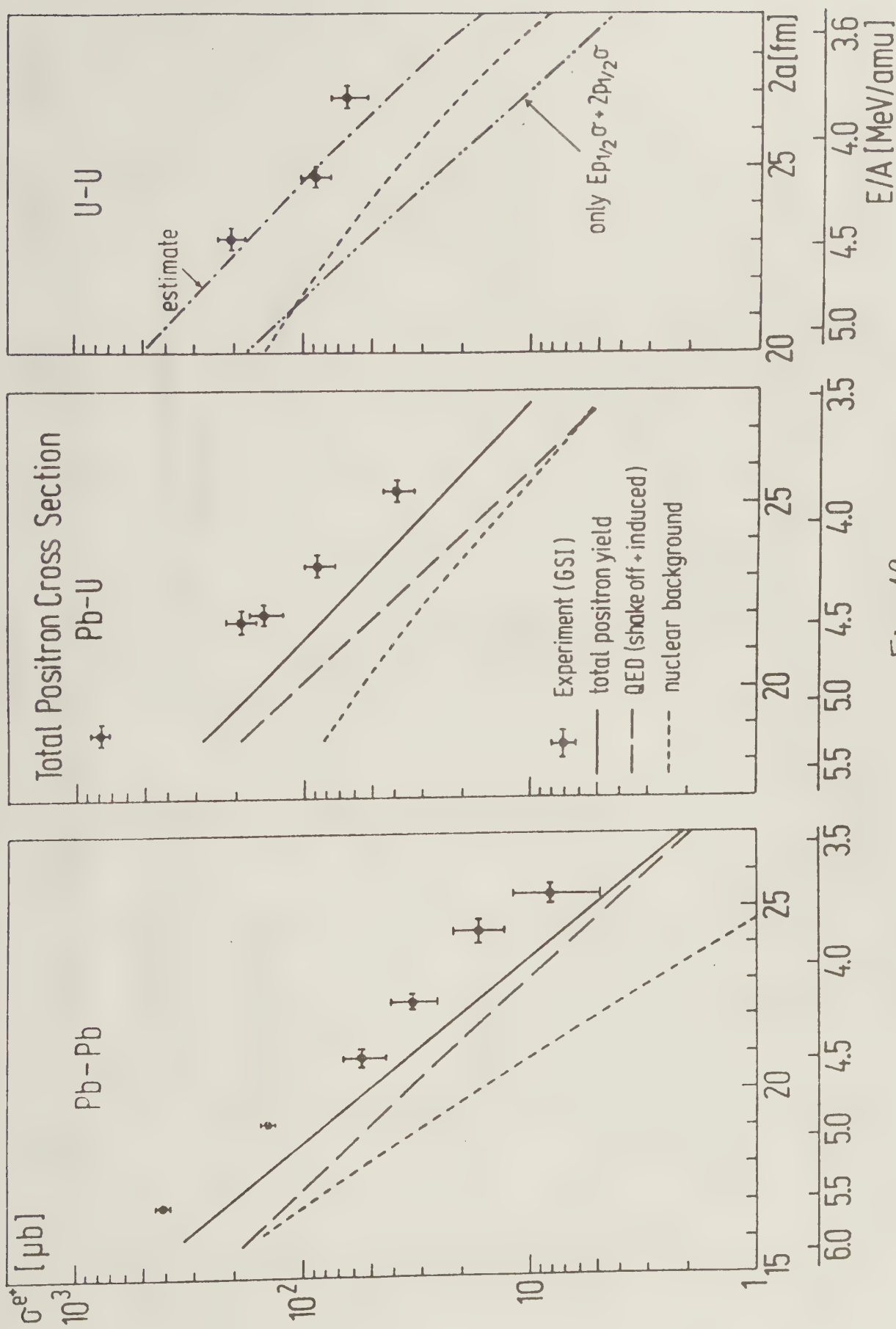


Fig. 19

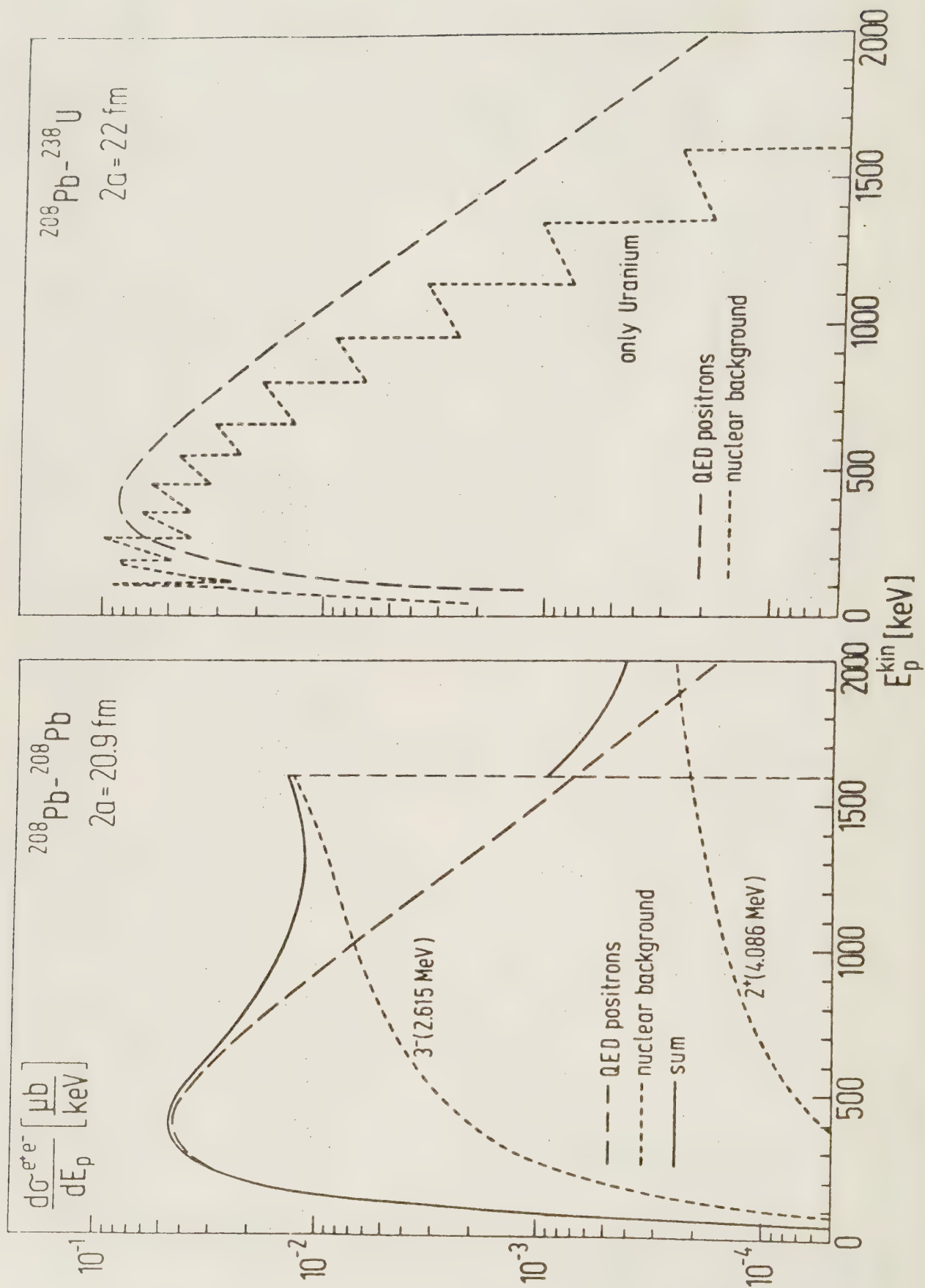


Fig. 20

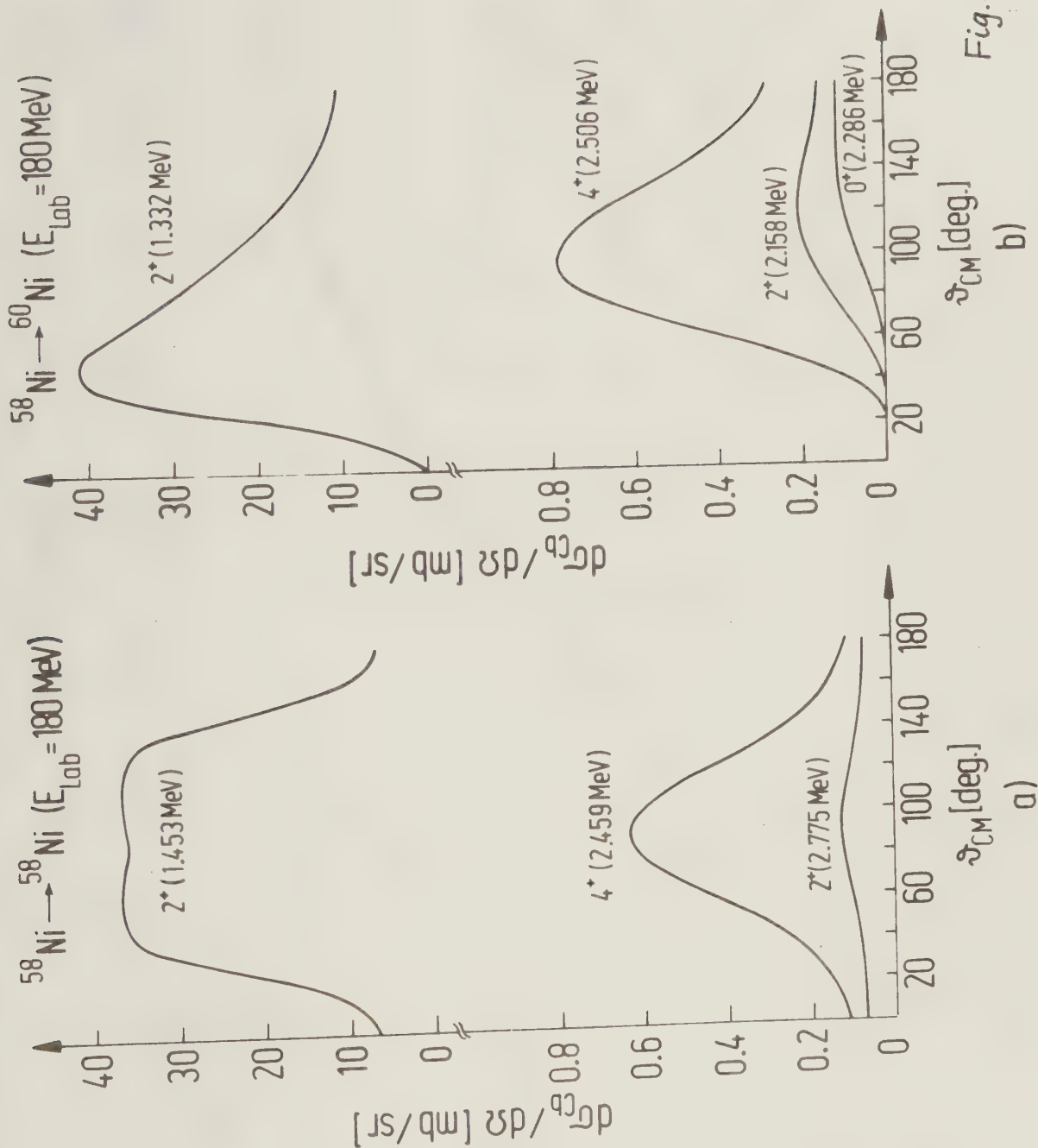


Fig. 2.1

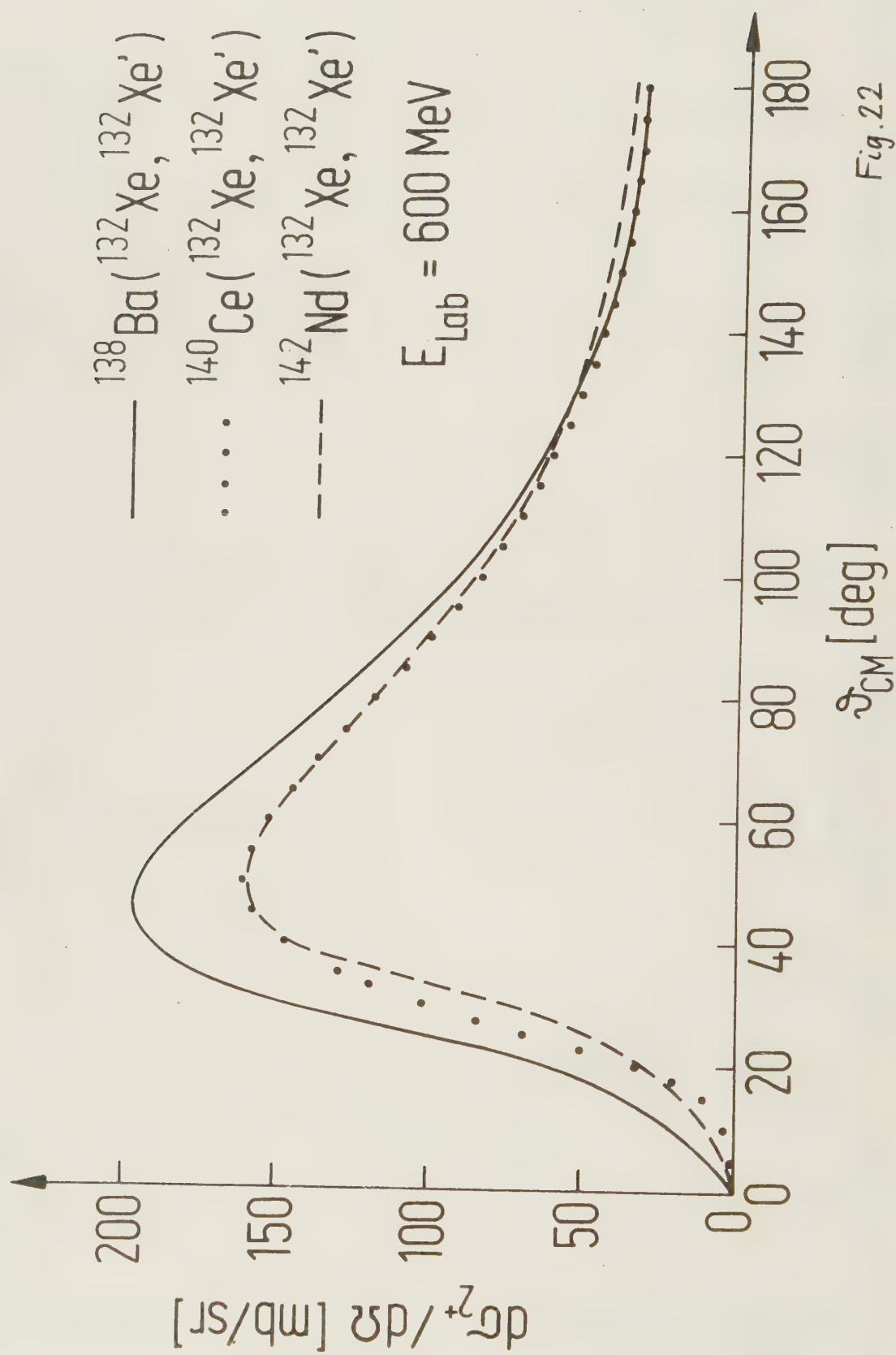


Fig. 22

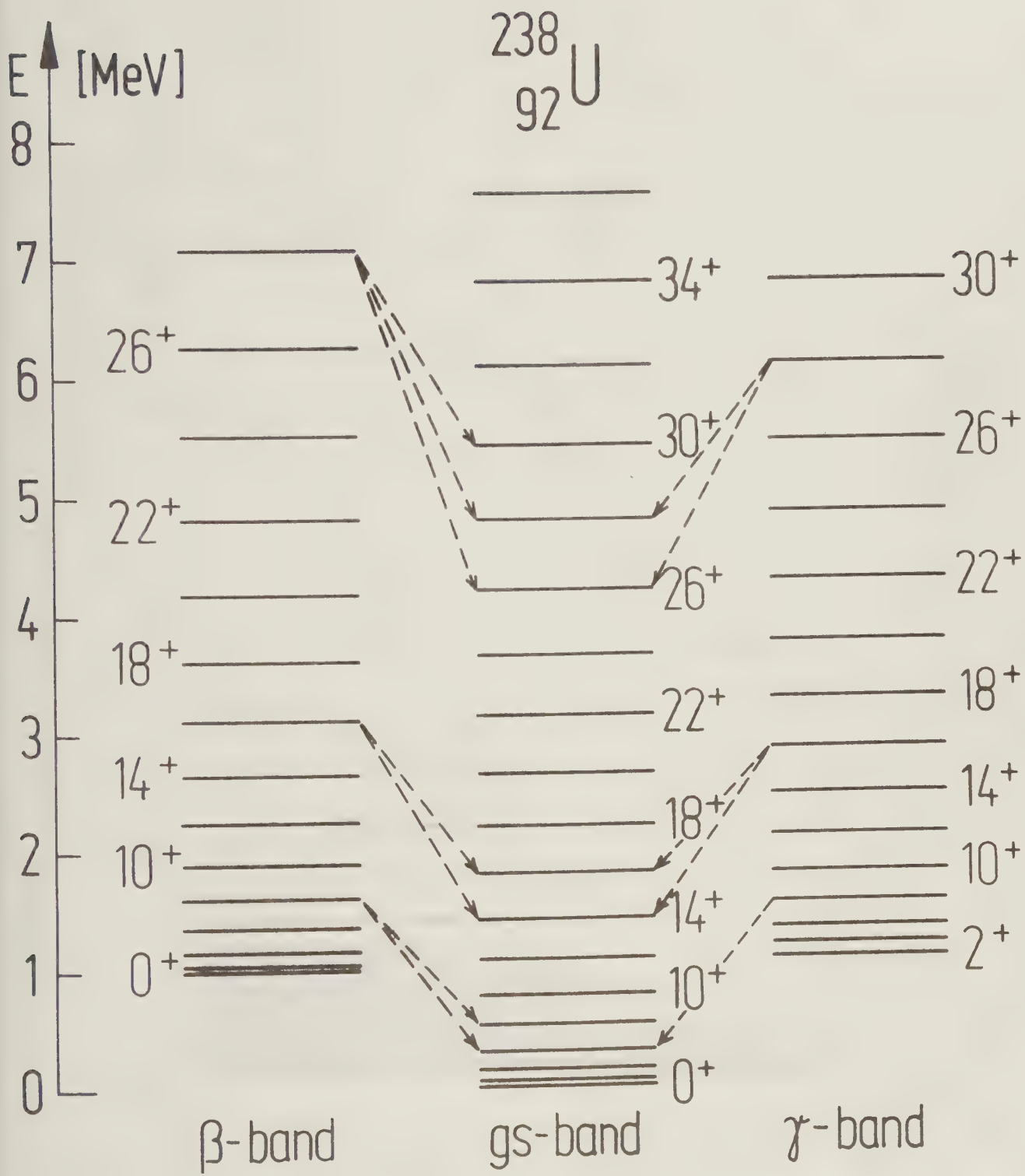


Fig. 23

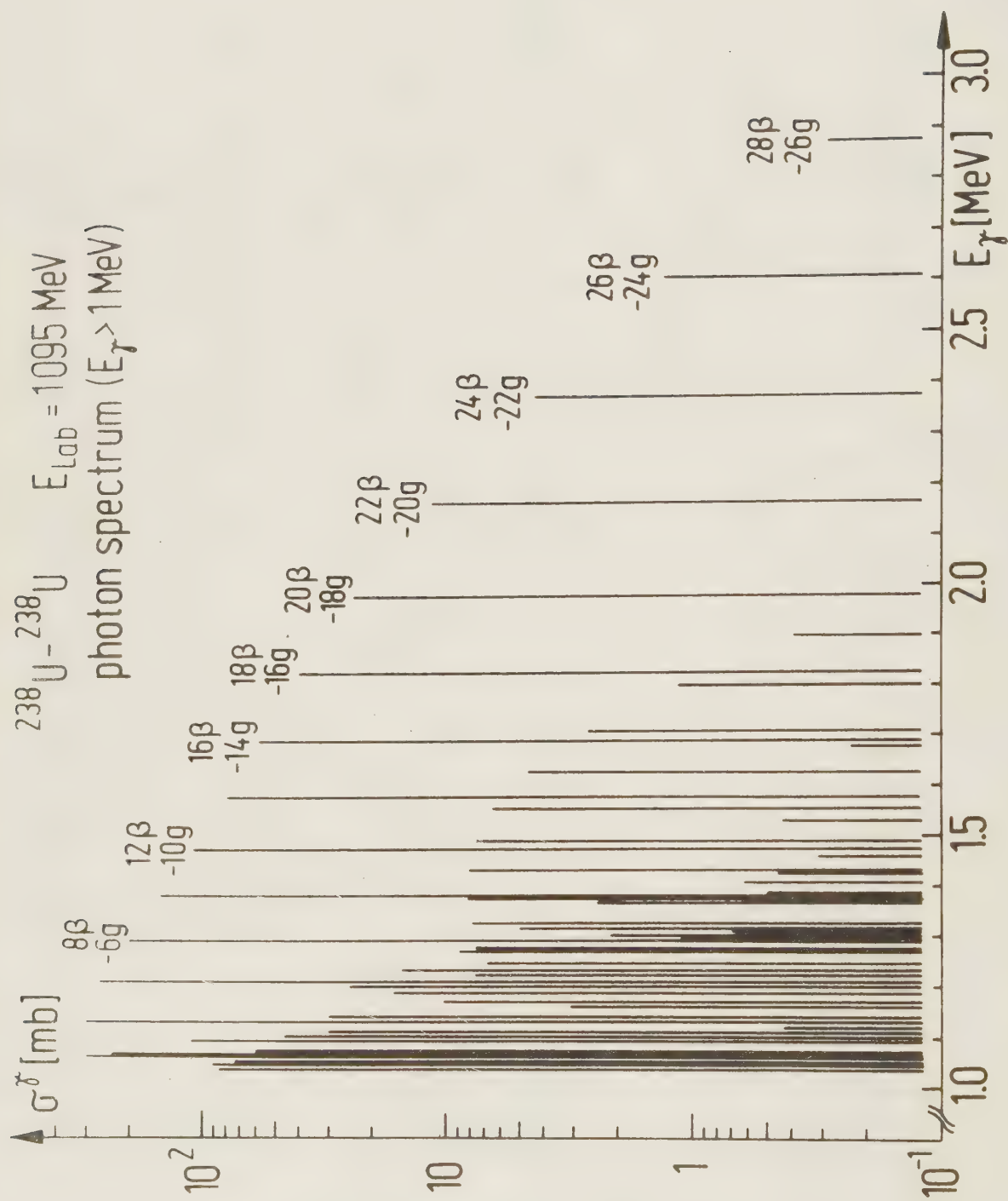


Fig. 24

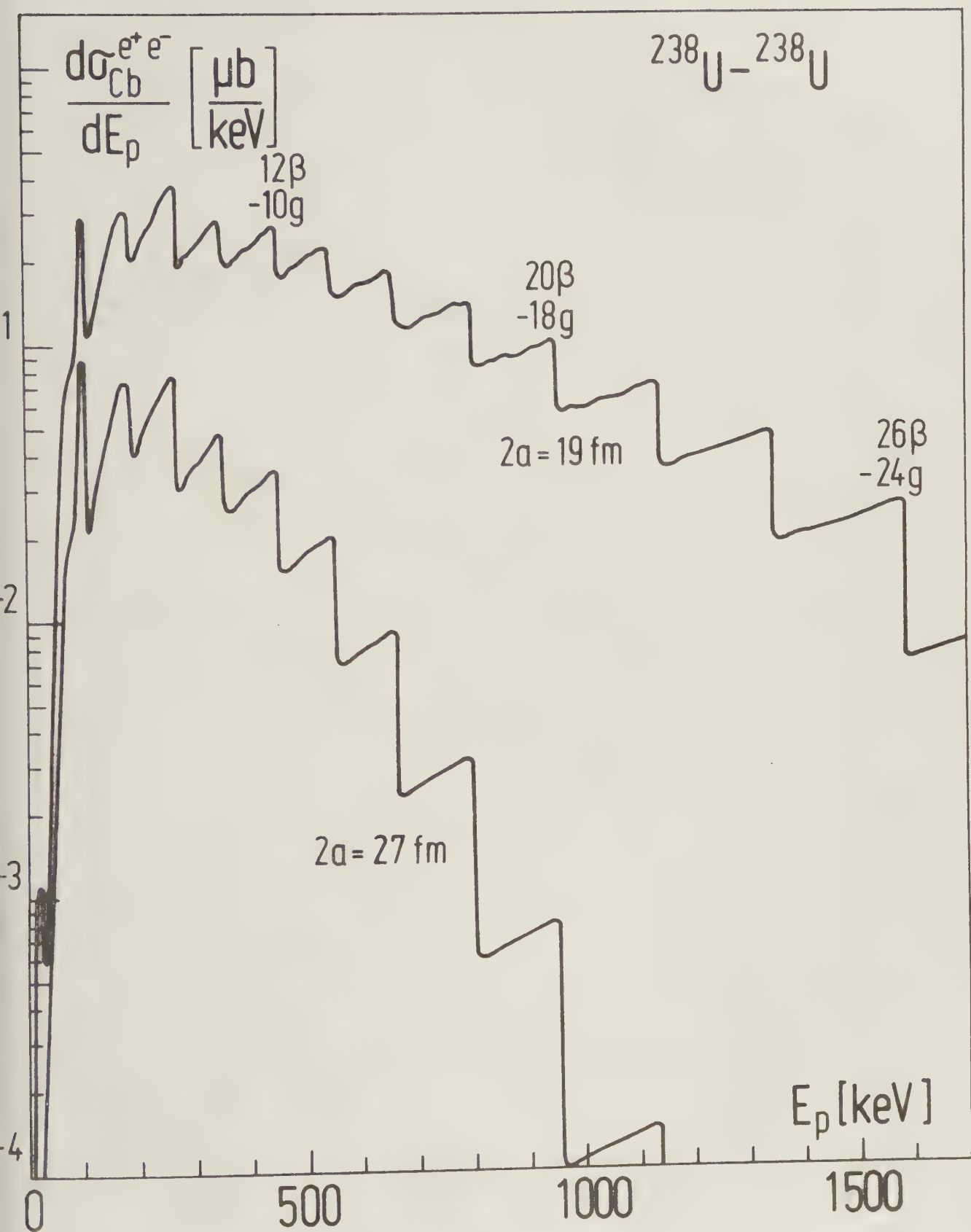


Fig. 25

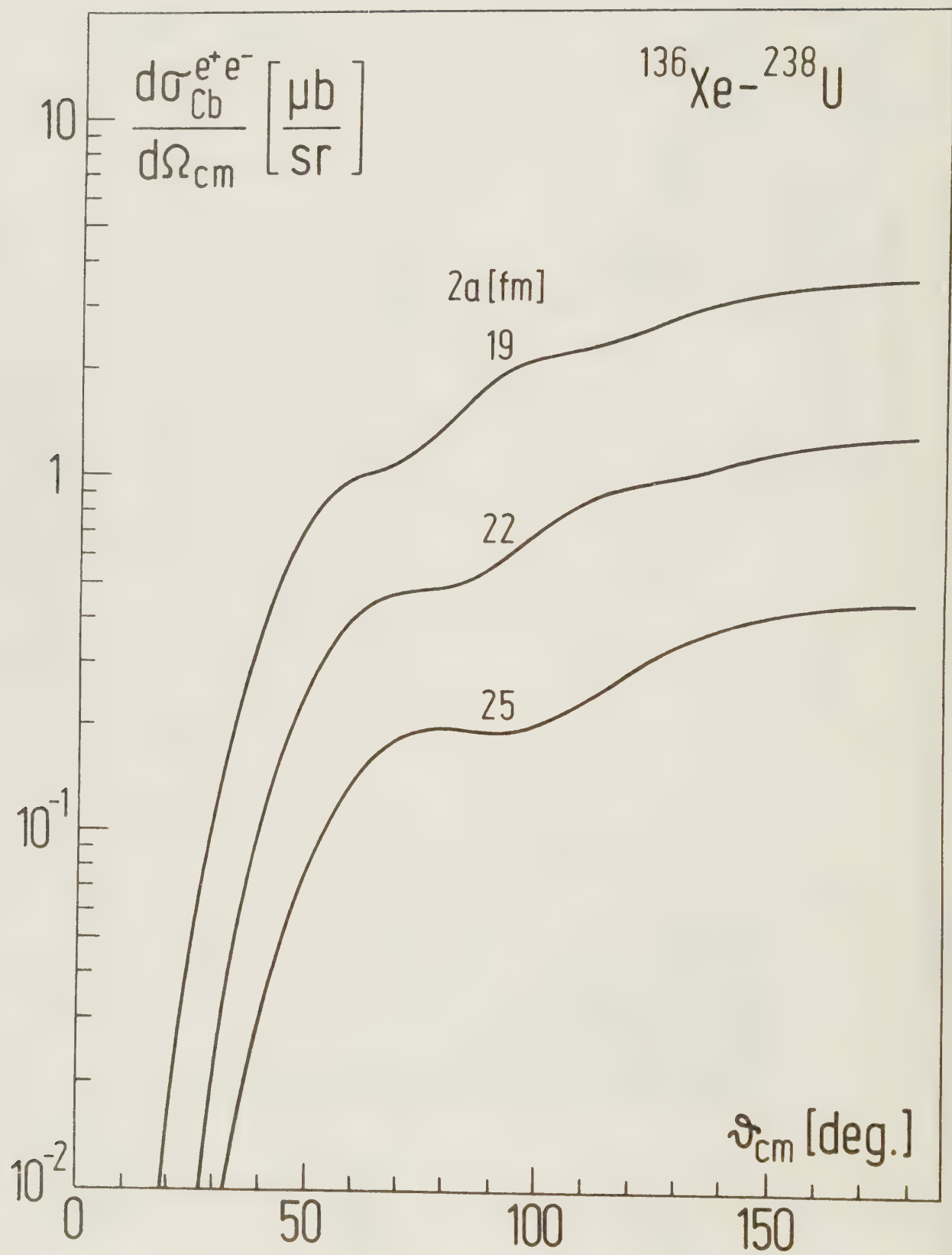


Fig. 26

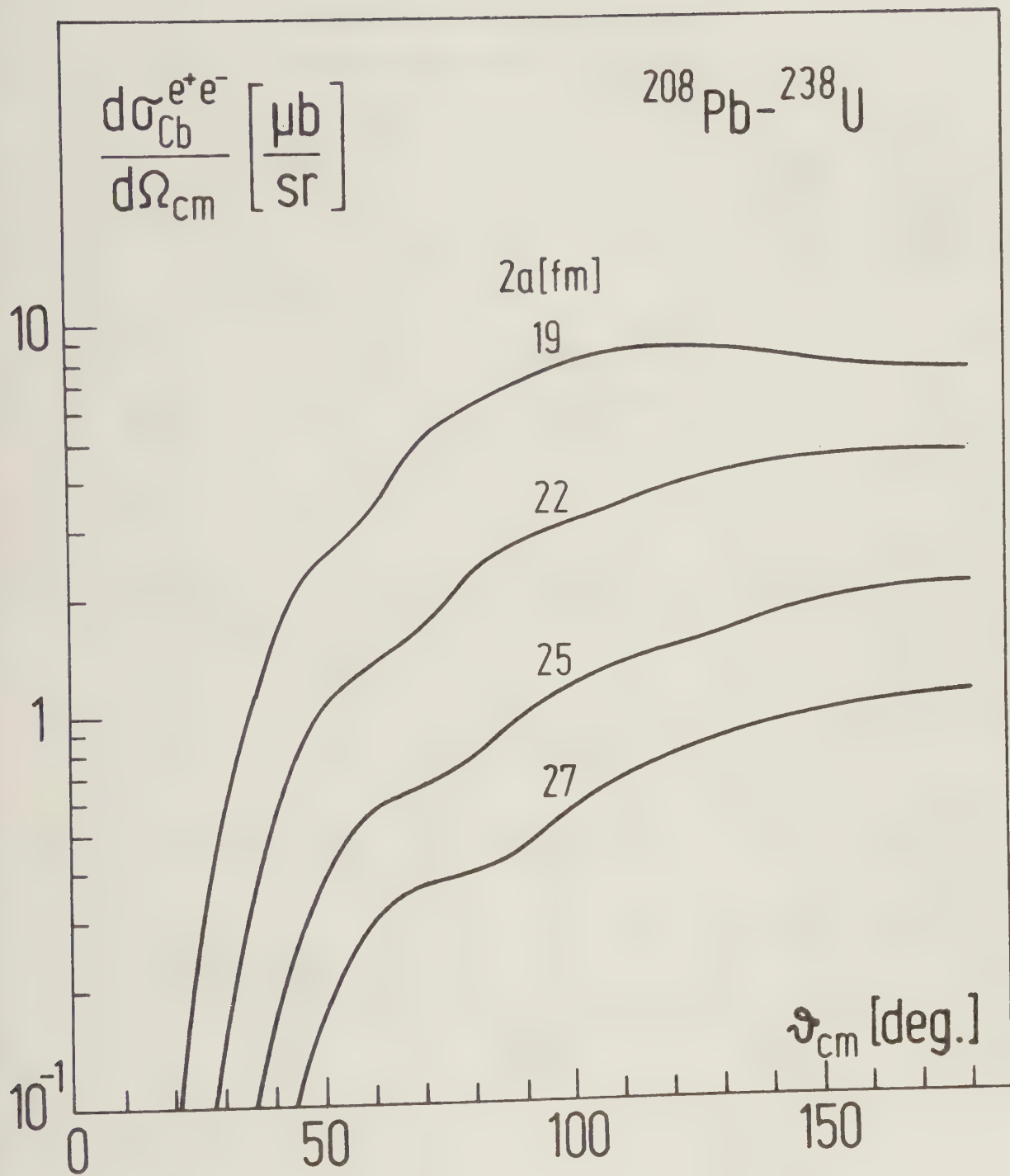


Fig.27

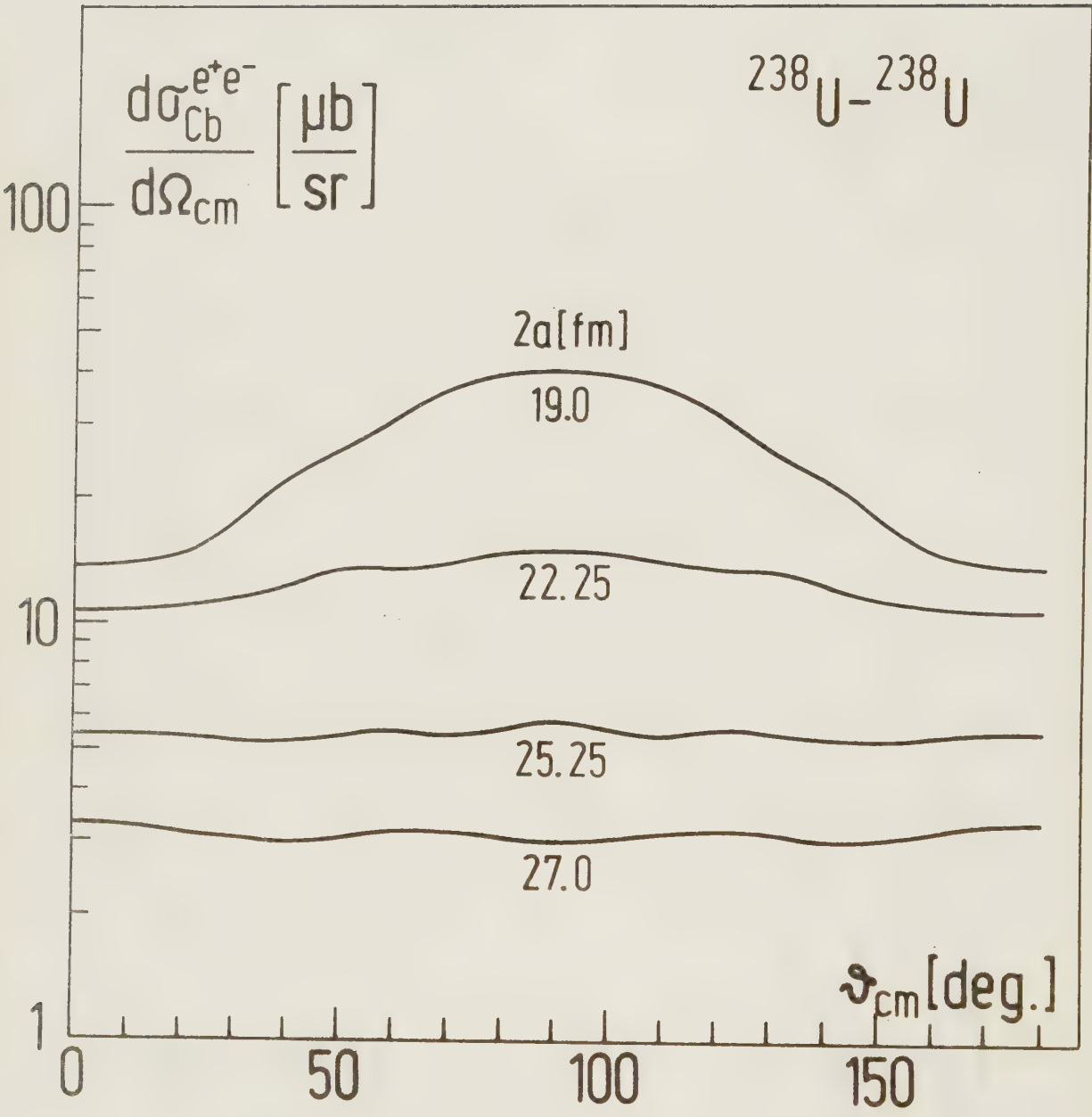


Fig.28

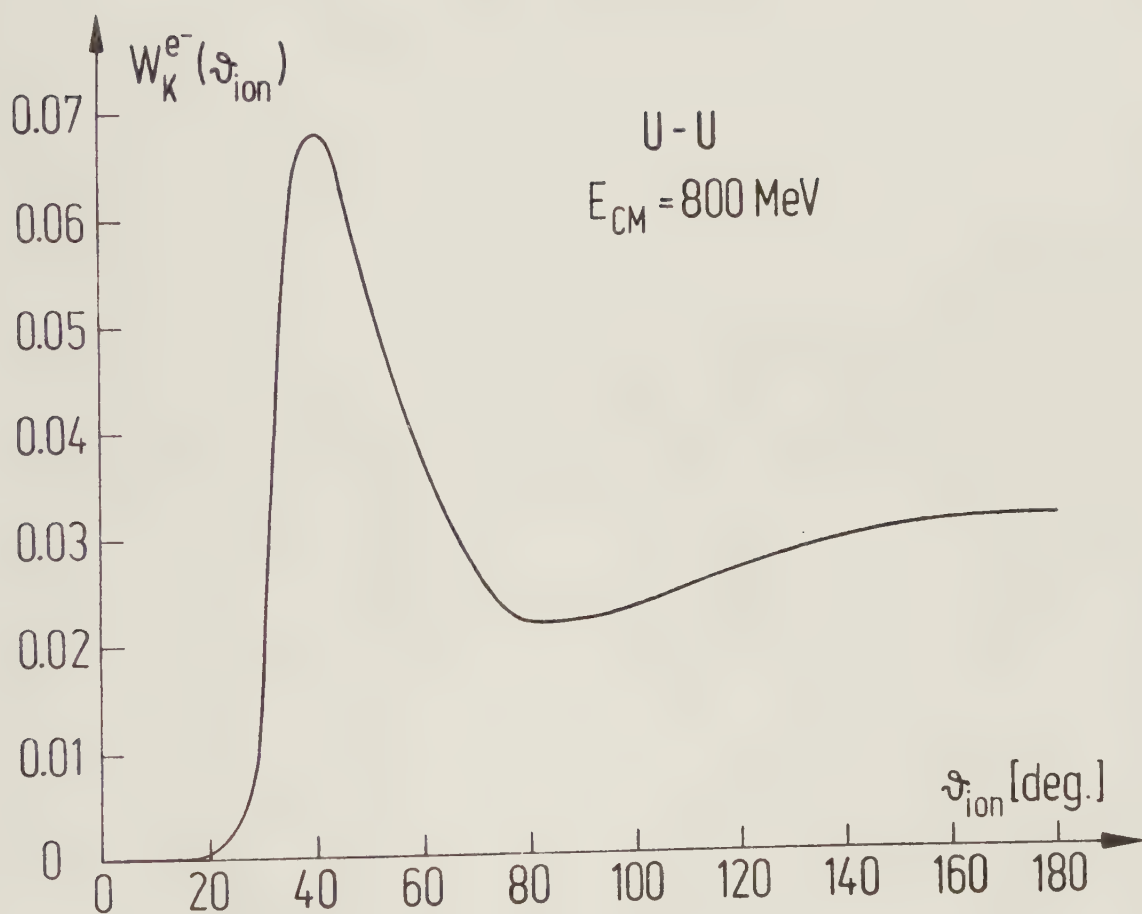


Fig. 29

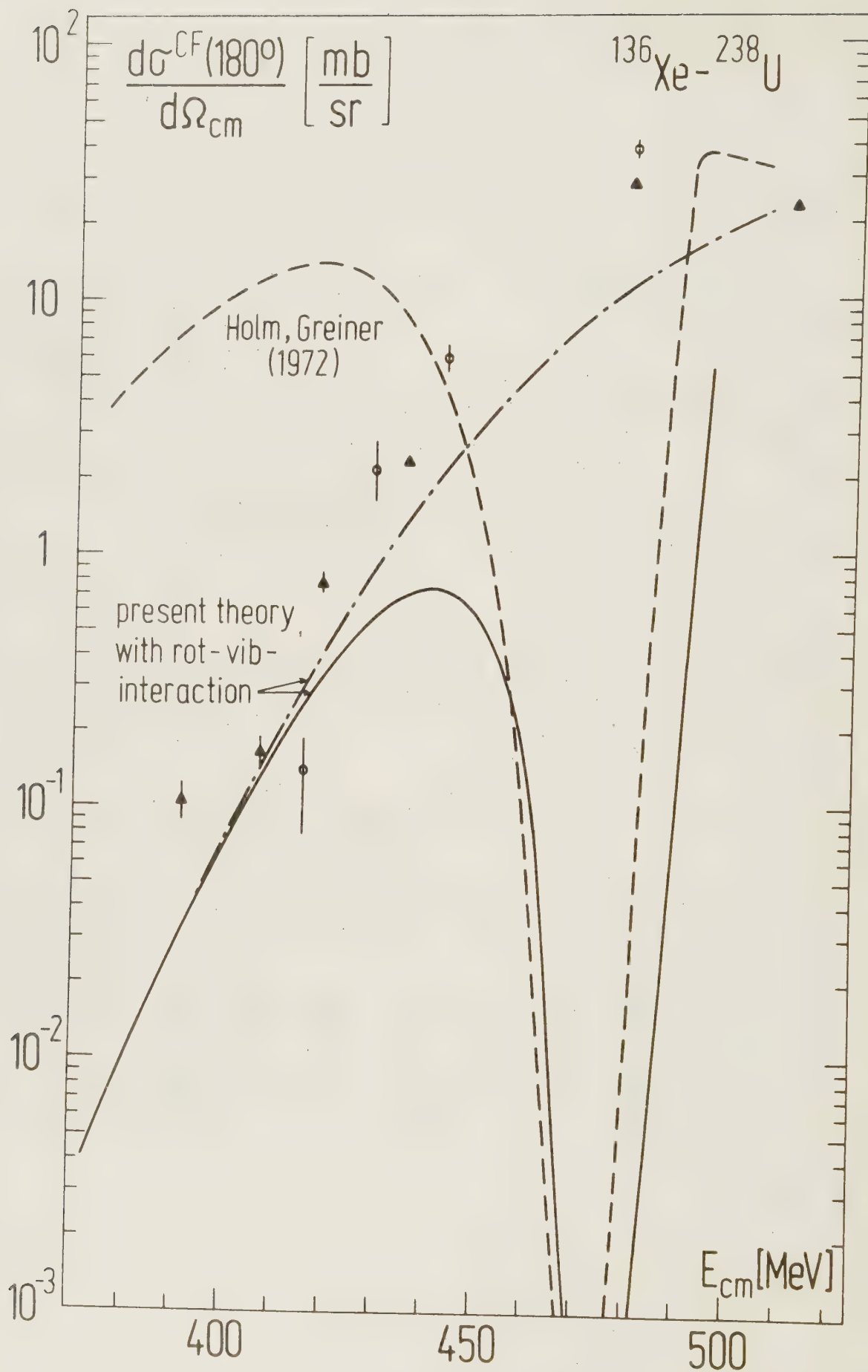


Fig.30

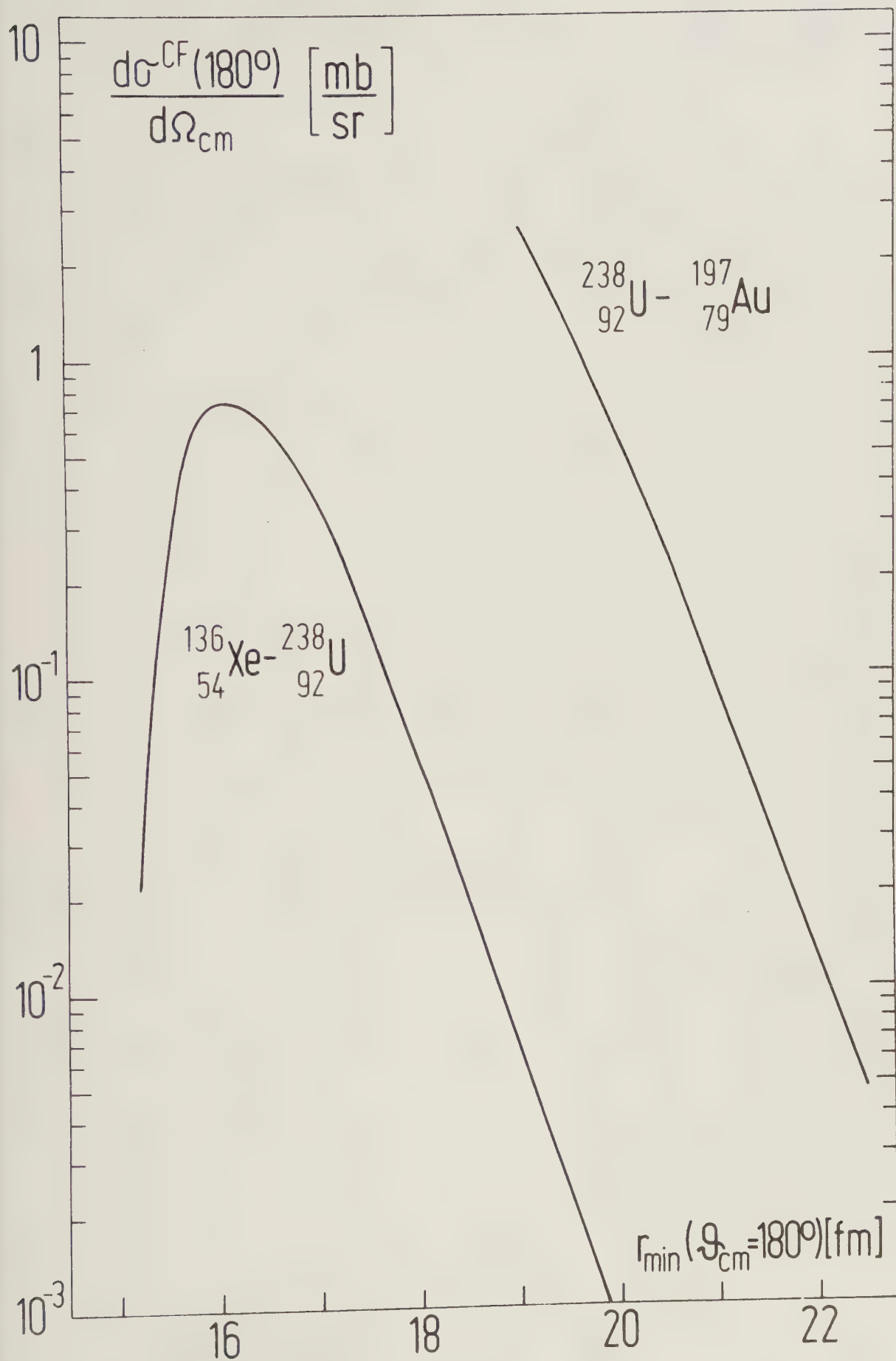
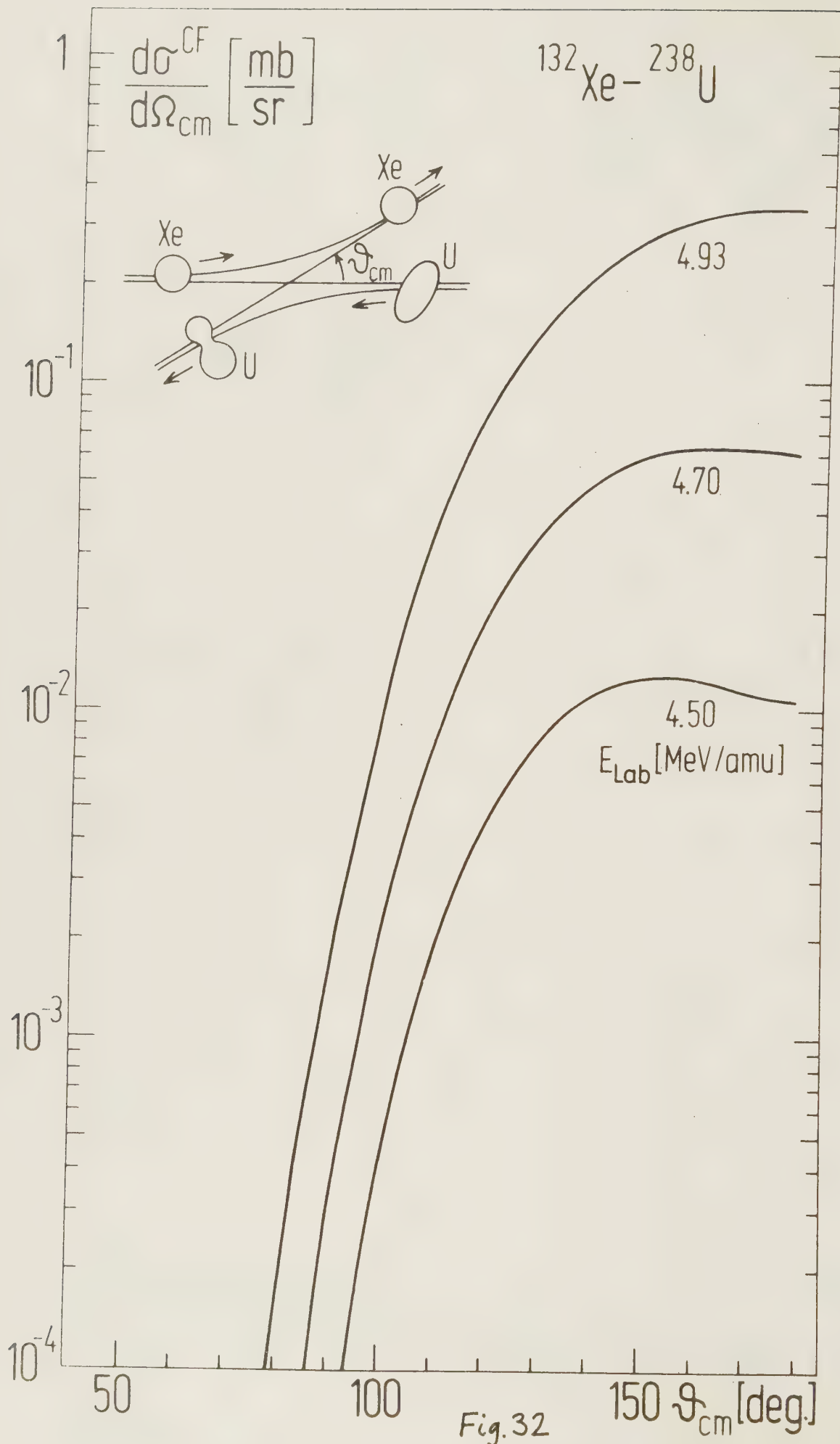


Fig.31



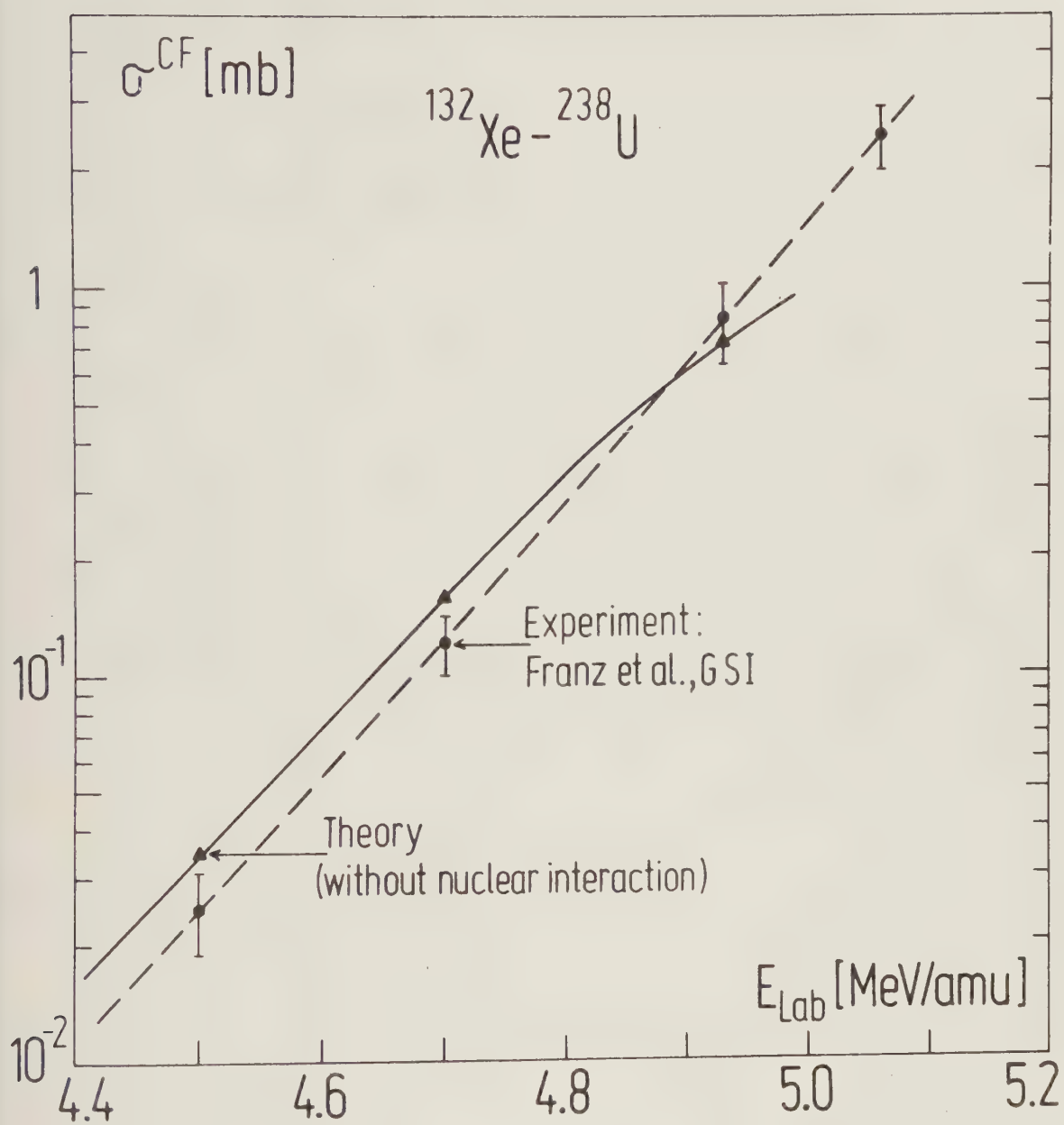


Fig.33

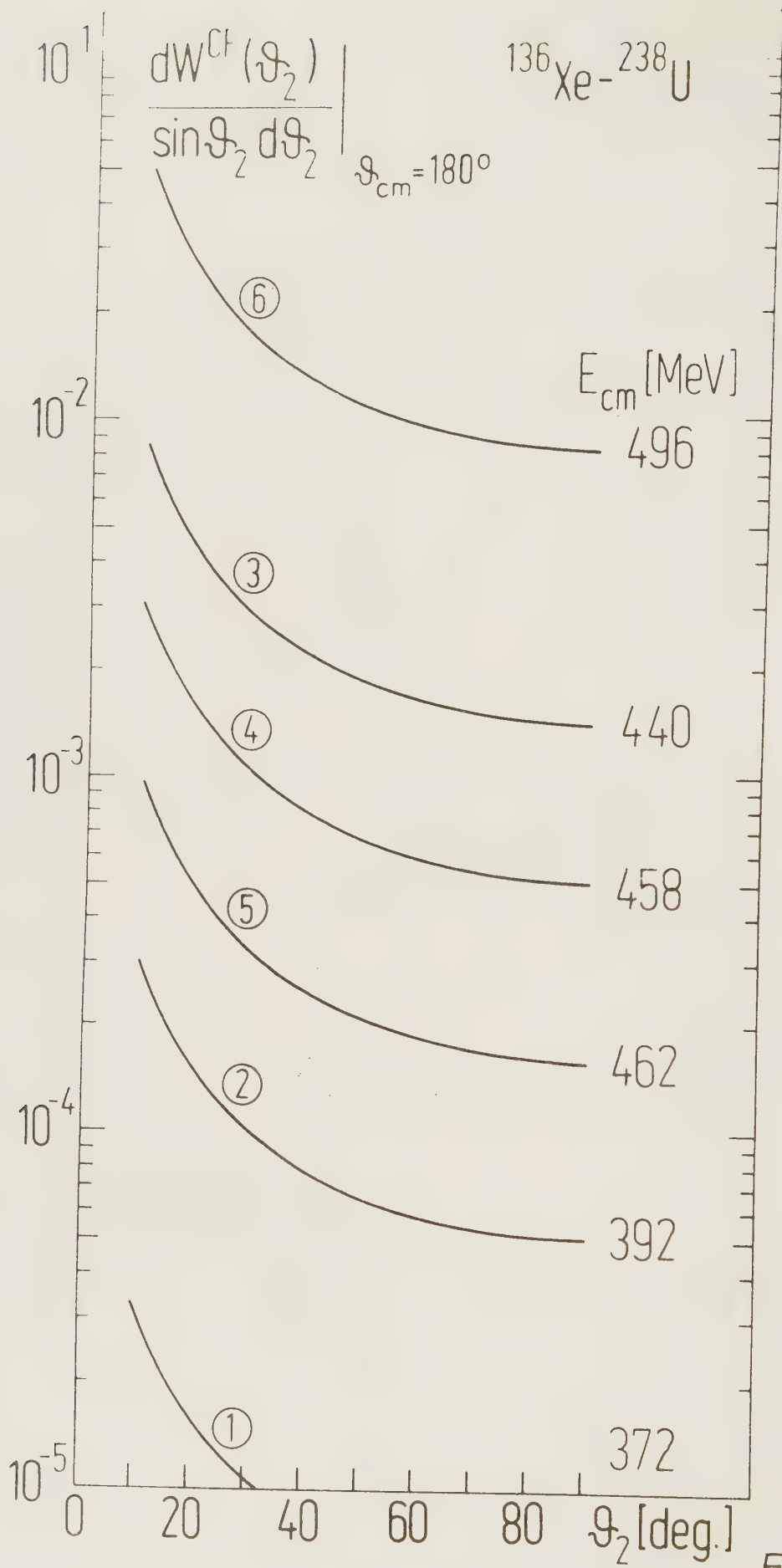


Fig.34

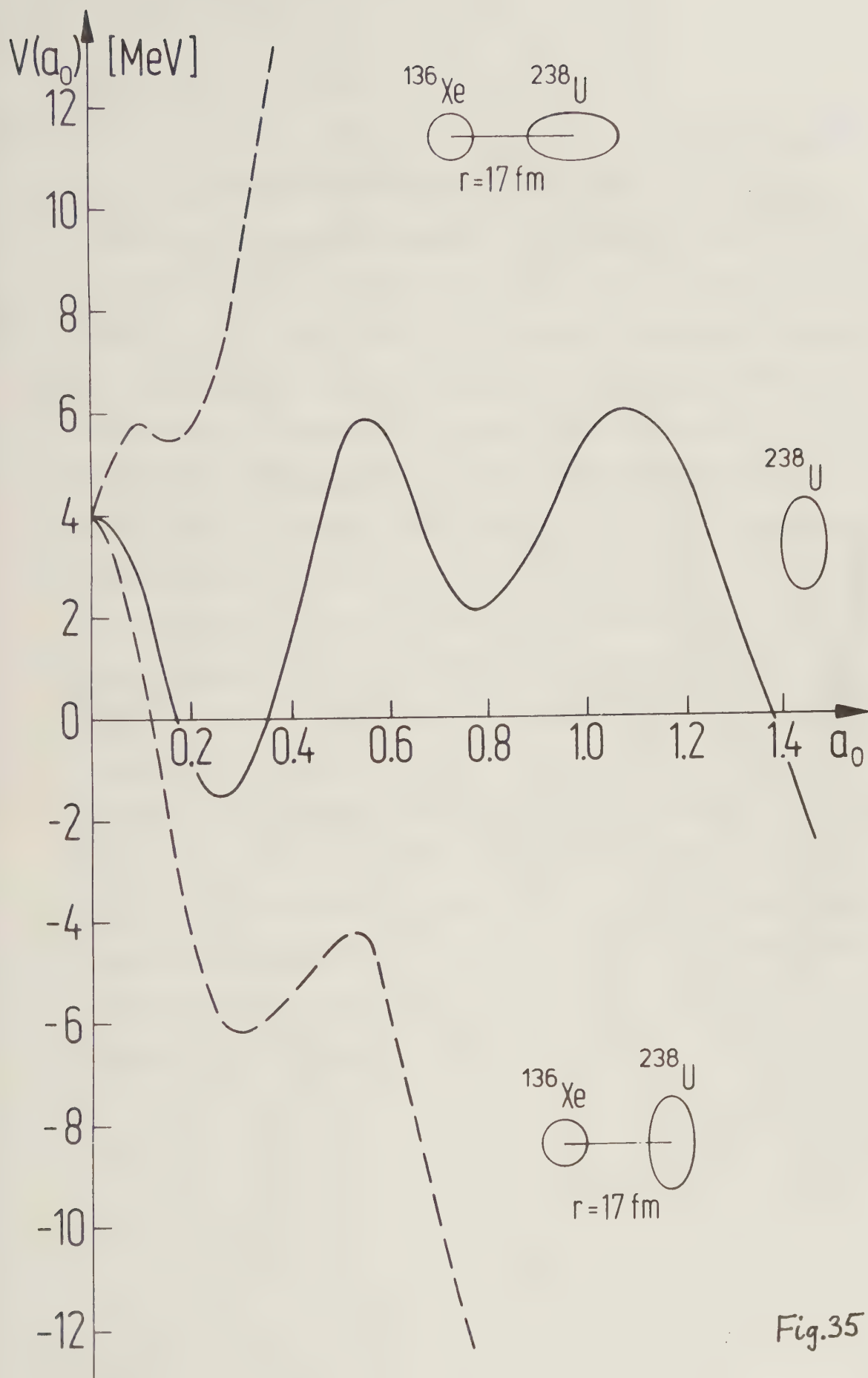


Fig.35

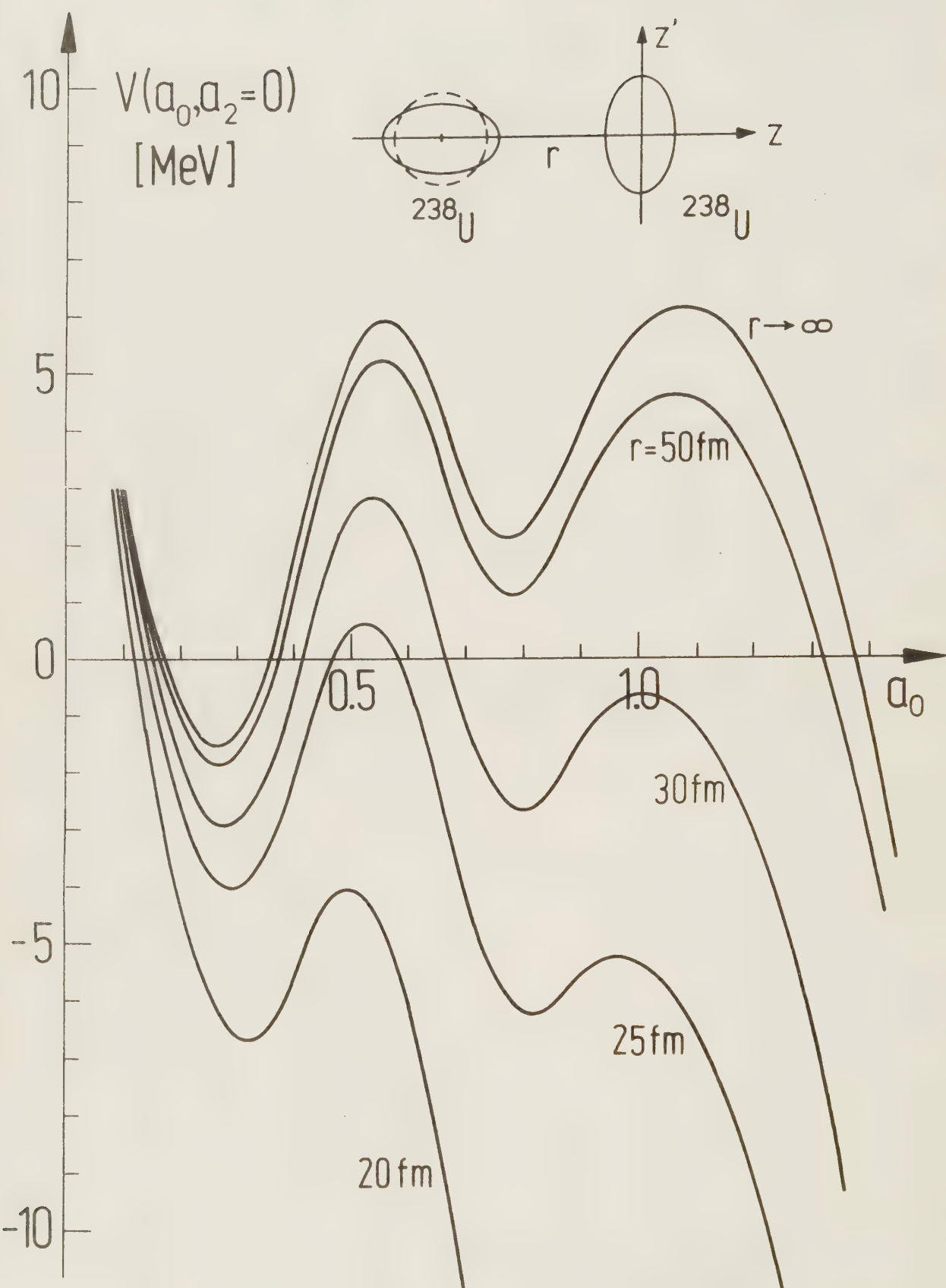


Fig.36

Lebenslauf

Am 2. Dezember 1950 wurde ich als Sohn des Verlagsangestellten Ekhard Oberacker und seiner Ehefrau Ruth, geb. Schulz, in Weinheim a. d. Bergstr. geboren. Von 1957 bis 1961 besuchte ich in meinem Heimatort Hemsbach die Grundschule. Nach bestandener Aufnahmeprüfung wechselte ich auf den altsprachlichen Zweig des Realgymnasiums Weinheim über. Im November 1962 zogen wir nach Nieder-Eschbach bei Frankfurt. In den folgenden Jahren besuchte ich die Kaiserin-Friedrich-Schule in Bad Homburg, wo ich im Juni 1969 das Abitur mit Auszeichnung bestand. Mit dem Studium der Physik begann ich im Oktober 1969 an der Johann Wolfgang Goethe - Universität in Frankfurt am Main. Nach 4 Semestern legte ich im Oktober 1971 die Diplomvorprüfung ab. Unter Leitung von Herrn Prof. Dr. W. Greiner fertigte ich meine Diplomarbeit an und bestand im Februar 1974 die Diplom-Hauptprüfung für Physiker. Seit April 1974 bin ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt tätig.

Meine akademischen Lehrer waren

Prof. Dr. N. Adasch, Prof. Dr. H. Bock,
Prof. Dr. F. Constantinescu, Prof. Dr. H. Dänzer,
Prof. Dr. D. Drechsel, Prof. Dr. Th. W. Elze,
Prof. Dr. P. Fulde, Prof. Dr. W. Greiner,
Prof. Dr. R. Kiehl, Prof. Dr. R. Kulze,
Prof. Dr. W. Martienssen, Prof. Dr. G. Mauck,
Prof. Dr. B. Mrowka, Prof. Dr. H. A. Müser,
Prof. Dr. M. Reichert, Prof. Dr. W. Scheid,
Prof. Dr. E. Schopper, Prof. Dr. C. Toepffer.

"Wissenschaft entsteht im Gespräch", hat Werner Heisenberg einmal gesagt¹¹⁹⁾. Auch die vorliegende Dissertation hat durch zahlreiche Diskussionen mit Theoretikern und Experimentatoren wesentliche Impulse erfahren. Ganz besonders möchte ich meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner, für die Anregung zur Beschäftigung mit der Schwerionenphysik, für seine starke Anteilnahme an der Durchführung dieser Arbeit und die gute wissenschaftliche Betreuung danken. Weiterhin gilt mein Dank den Herren Prof. Dr. B. Müller und Prof. Dr. W. Scheid für viele wertvolle Bemerkungen.

Für die hilfreiche Unterstützung sowie für das Überlassen einiger Figuren zur QED starker Felder sei den Mitarbeitern des Institutes für Theoretische Physik recht herzlich gedankt, vor allem meinen Freunden und Kollegen W. Betz, J.F. Hofmann, J. Reinhardt, W. Schäfer, Dr. G. Soff und H. Stöcker. An dieser Stelle möchte ich auch Herrn Dr. H. Holm meinen Dank aussprechen, der mir bei der Einarbeitung in die Theorie der Coulombanregung und Coulombspaltung sehr geholfen hat.

Eine ganze Reihe von Gesprächen mit Experimentalphysikern bei der GSI in Darmstadt haben wesentlich zur Abrundung dieser Arbeit beigetragen; ich danke hier besonders den Herren Dr. H. Backe, Dr. H. Bokemeyer, Prof. Dr. J.S. Greenberg, Dr. E. Grosse, Prof. Dr. E. Kankeleit, Prof. Dr. D. Schwalm, Prof. Dr. H.J. Specht und Dr. H.J. Wollersheim.

Schließlich schulde ich Frau Utschig großen Dank für das sorgfältige Zeichnen der Figuren, Frau Knolle für das

Tippen einiger Veröffentlichungen und Herrn Brose für
den sauberen Druck meiner Dissertation.

Die Computerzeit wurde vom Hochschulrechenzentrum der
Universität Frankfurt und vom Rechenzentrum der GSI in
Darmstadt zur Verfügung gestellt.

Frankfurt am Main, den 24. September 1977

Volker Oberacker

